

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JANE ELETRA SERAFINI DANIEL



**APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

CURITIBA

2015

JANE ELETRA SERAFINI DANIEL

**APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação elaborada junto ao Programa de Pós-graduação em Educação: Teoria e Prática de Ensino da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof. Dra. Ettiène Guérios

CURITIBA

2015

**Catálogo na Publicação
Cristiane Rodrigues da Silva – CRB 9/1746
Biblioteca de Ciências Humanas – UFPR**

D184a

Daniel, Jane Eletra Serafini

**Aprendizagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. / Jane Eletra Serafini Daniel.- Curitiba, 2015.
106 f.**

**Orientadora: Profª Drª Ettiène Guérios.
Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação,
Universidade Federal do Paraná.**

1. Ensino – aprendizagem. 2. Ensino Matemática. I. Título.

CDD 372.7

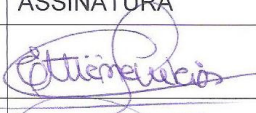
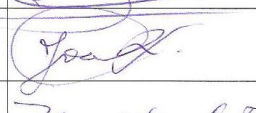
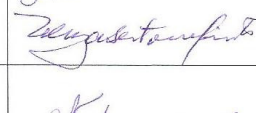



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ - SETOR DE EDUCAÇÃO
Programa de Pós-Graduação em Educação: Teoria e Prática de Ensino
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO

PARECER

Defesa de Dissertação de **JANE ELETRA SERAFINI DANIEL** para obtenção do Título de MESTRA EM EDUCAÇÃO: TEORIA E PRÁTICA DE ENSINO. Os abaixo assinados, Prof.^a Dr.^a Etienne Guérios, Prof.^a Dr.^a Joana Paulin Romanowski, Prof.^a Dr.^a Neuza Bertoni Pinto, Prof.^a Dr.^a Neila Tonin Agranionih arguíram, nesta data, a candidata acima citada, a qual apresentou a seguinte Dissertação: "APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL".

Procedida a arguição, segundo o Protocolo aprovado pelo Colegiado, a Banca é de Parecer que a candidata está Apta ao Título de MESTRA EM EDUCAÇÃO: TEORIA E PRÁTICA DE ENSINO, tendo merecido as apreciações abaixo:

BANCA	ASSINATURA	APRECIÇÃO
Prof. ^a Dr. ^a Etienne Guérios		Aprovada
Prof. ^a Dr. ^a Joana Paulin Romanowski		Aprovada
Prof. ^a Dr. ^a Neuza Bertoni Pinto		Aprovada
Prof. ^a Dr. ^a Neila Tonin Agranionih		Aprovada

Curitiba, 31 de agosto de 2015.



Prof.^a Dr.^a Marília Andrade Torales Campos

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação:

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PPGE: Teoria e Prática de Ensino
Mestrado Profissional em Educação

Teoria e Prática de Ensino

Prof.^a Dr.^a Marília Andrade Torales Campos
Coordenadora PPGE: Teoria e Prática de Ensino
Matrícula 201571

DEDICATÓRIA

"Dedico este trabalho a minha família, a minha orientadora. Profa. Dra. Etienne Guérios e a todas as pessoas que perto ou longe sempre incentivaram e acreditaram no meu esforço em busca de novos ideais."



GRatidão

Celebrar cada momento. Celebrar o
que se conquistou. E o que não se
conquistou. **CELEBRAR O QUE SE TEM.**
E o que se quer. Celebrar quem
somos. Celebrar a vida. Celebrar.
É uma bela forma de se agradecer.

***"A Matemática, mesmo quando
mais afastada do mundo real,
é a linguagem básica de todo
o humanismo científico."***

Albert Einstein

RESUMO

Trata-se de pesquisa qualitativa com objetivo de investigar dificuldades na aprendizagem de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Foi realizada em uma escola pública de ensino fundamental do município de Curitiba. Os sujeitos envolvidos eram alunos de uma turma de quarto ano (2013) e que foram acompanhados no quinto ano (2014). Na coleta dos dados foram utilizados dois instrumentos. O primeiro composto por 19 contas armadas das quatro operações aritméticas elementares, organizadas em duas listas de exercícios, a primeira com dez contas e a segunda com 9, aplicadas em 2013 e em 2014 para identificar dificuldades que os alunos apresentavam pela análise dos seus erros, acertos e tentativas de resolução de cálculos com contas armadas. E o segundo, uma atividade com enunciados de seis problemas matemáticos envolvendo 06 operações das 19 constantes no instrumento anterior e aplicado aos mesmos alunos do 5º ano em 2014 para identificar se em contexto de Resolução de Problema os alunos identificariam o conhecimento matemático que resolve os problemas, se utilizariam os algoritmos correspondentes e se os resolveriam conceitual ou mecanicamente. A estratégia metodológica foi analisar os erros e considerar os acertos e processos resolutivos de cada uma das intervenções e, a seguir comparar erros e acertos entre operações das listas de exercício com contas armadas e as mesmas em resoluções de problemas. As análises foram construídas tendo como base os estudos de Pinto (2000) e Cury (2008). Foi possível a partir dos resultados da pesquisa constatar que as dificuldades na aprendizagem das operações aritméticas elementares dos alunos do 4º e do 5º ano do Ensino Fundamental estavam centradas em dois eixos que são os procedimentos algorítmicos e a compreensão conceitual acerca dessas operações e dos conceitos que lhes são inerentes. Grande parte dos erros cometidos pelos alunos foi devido a não compreensão do algoritmo, especialmente nas operações onde várias informações e processos precisam ser considerados ao mesmo tempo.

Palavras chave: dificuldades em cálculos matemáticos, anos iniciais, erros em matemática, dificuldades de aprendizagem matemática.

ABSTRACT

This is qualitative research in order to investigate problems in mathematics learning in the early years of elementary school. It was conducted in a primary school of public school in the city of Curitiba. The subjects involved were students in a class of fourth year (2013) and were followed in the fifth year (2014). In data collection were used two instruments. The first consists of 19 armed accounts of the four basic arithmetic operations, organized into two lists of exercises, the first ten accounts and the second with 9, applied in 2013 and 2014 to identify difficulties that students had the analysis of their mistakes, adjustments and calculations resolution attempts with armed accounts. And the second, an activity set out six mathematical problems involving 06 operations of 19 set in the previous instrument and applied to the same students of the 5th year in 2014 to identify in the context of Problem Solving students identify mathematical knowledge to solve problems, would use the corresponding algorithms and solve the conceptual or mechanically. The methodological strategy was to analyze the mistakes and consider the successes and resolute processes of each of the interventions, and then compare successes and failures of operations of exercise lists with armed accounts and the same problems resolutions. The analyzes were constructed based on the studies Pinto (2000) and Cury (2008). It was possible from the search results to see that the difficulties in learning basic arithmetic operations of the students of the 4th and 5th year of elementary school were centered on two axes which are the algorithmic procedures and conceptual understanding of these operations and concepts They attached to them. Much of the mistakes made by students was due to not understanding the algorithm, especially in operations where various information and processes need to be considered at the same time.

Key-words: difficulties in mathematics, early years, math errors, mathematical learning difficulties.

QUADROS

Quadro 1 - Ilustrativo da aplicação dos instrumentos para coleta dos dados ..	26
Quadro 2 – Níveis de relação do aluno com o erro – teoria psicogenética	45
Quadro 3 – Resultado da 1ª atividade/2013	60
Quadro 4 – Resultado da 1ª atividade/2014	66
Quadro 5 – Resultado da 2ª atividade/2013	71
Quadro 6 – Resultado da 2ª atividade/2014	75
Quadro 7 – Modalidade dos erros dos problemas.....	82
Quadro 8 – Observação dos problemas.....	83
Quadro 9 – Análise comparativa de todas as atividades.....	84
Quadro 10 – Comparação das atividades	85
Quadro 11 – Erros.....	86
Quadro 12 – Análise da incidência de erros em 2013.....	87
Quadro 13 – Análise da redução incidência de erros em 2014	87
Quadro 14 - Categorias da análise na resolução de problemas	88

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
TRAJETÓRIA PROFISSIONAL E ORIGEM DA PESQUISA	12
CONSTITUIÇÃO DA PESQUISA NO MESTRADO	15
2 TRAJETÓRIA METODOLÓGICA	18
DELIMITAÇÃO DO TEMA	18
OBJETIVOS	20
Objetivo Geral.....	20
Objetivos Específicos.....	20
REVISÃO DE LITERATURA E CONSTRUÇÃO DO CORPO TEÓRICO	21
CARACTERIZAÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA.....	22
3 APONTAMENTOS A PARTIR DA REVISÃO DE LITERATURA	26
IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	26
DIFICULDADES APRESENTADAS POR ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	30
IMPORTÂNCIA DA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS E SUAS DIFICULDADES.....	36
MÉTODO DE INVESTIGAÇÃO E ANÁLISE DE ERROS COMO METODOLOGIA DE ENSINO E DE PESQUISA.....	41
CONSIDERAÇÕES SOBRE A REVISÃO DE LITERATURA	53
4 A PESQUISA PRORIAMENTE DITA.....	57
ATIVIDADE I DE 2013 – 4º ano.....	58
ATIVIDADE I DE 2014 – 5º ano.....	64
ATIVIDADE II DE 2013 – 4º ano.....	69
ATIVIDADE II DE 2014 – 5º ano.....	74
ATIVIDADE III DE 2014 – 5º ano.....	78
CONSIDERAÇÕES FINAIS	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	100

1 INTRODUÇÃO

TRAJETÓRIA PROFISSIONAL E ORIGEM DA PESQUISA

Ao longo de uma caminhada de quase vinte anos na profissão de magistério tive a oportunidade de trabalhar em todas as séries, do pré-escolar ao ensino médio. Fiz o curso de Magistério e neste período surgiu a oportunidade de substituir a professora regente que entraria em licença, e já de início trabalhei três meses numa turma do Pré-escolar. Foi uma experiência fantástica, amei trabalhar com as crianças. Depois fiz estágio de observação e de regência de classe nas turmas de terceiro e quarto ano de ensino fundamental.

Para seguir a carreira de professora teria que pensar em concurso, o que não havia no momento. Então fui trabalhar numa empresa de planejamento agrônomo e depois como contratada no Banco do Brasil. Motivada por colegas, decidi fazer faculdade. Reunimos um grupo de amigos e fomos fazer o vestibular numa cidade a sessenta quilômetros, o que não impediu nossa aventura. A faculdade tinha três cursos: Geografia, Economia Doméstica e Ciências Econômicas e poderia colocar as três opções. Preenchi apenas com Ciências Econômicas. Se não desse certo não faria faculdade. Alguns dias se passaram e eu nem procurei saber o resultado, até que um amigo me ligou avisando que eu tinha passado. Tinha cem vagas para o curso de Ciências Econômicas e eu passei em 54º lugar. Comecei a cursar a faculdade. Ao mesmo tempo estava sendo fundada a APAE na minha cidade. Fui convidada a participar da equipe de professores. Foi muito difícil, pois faltava tudo, dependíamos de uma pequena verba da Prefeitura e o resto era doação. Foi uma experiência maravilhosa. Tinha uma turma com sete alunos e cada um com uma síndrome diferente. No ano seguinte, 1989, faltavam professores de matemática e como estava cursando faculdade, fui chamada para dar aula desta disciplina de quinta a oitava séries no interior do município onde morava, Salto da Lontra, sudoeste do Paraná. Saíamos de madrugada, pois a escola era longe. As aulas começavam às 07h15min da manhã e terminavam às 11h15min porque o ônibus tinha que levar os alunos do

turno da manhã para casa e pegar os do período da tarde. Uma das escolas ficava próxima de um rio e em algumas manhãs de inverno tinha geada até a entrada da escola. Em 1990 tive que deixar minhas aulas para professores que haviam concluído o curso de Matemática e para continuar minha faculdade fui trabalhar em uma empreiteira de obras – empresa privada, pois sem trabalhar não tinha como pagar a mensalidade e o transporte.

Apesar das dificuldades encontradas ao longo destes cinco anos, o tempo passou muito rápido e chegou a formatura. Com o diploma na mão, em 1994 comecei a dar aulas no Ensino Médio no Curso Auxiliar e Técnico em Contabilidade. Foram oito anos atuando nestes cursos e ficamos surpresos e preocupados quando recebemos a notícia que os cursos técnicos seriam retirados do Ensino Médio.

Para continuar a ser professora teria que fazer um curso de Formação Pedagógica com Licenciatura em Matemática. O mais próximo era na cidade de Pato Branco, no CEFET, a cento e vinte quilômetros de onde estava morando. Eu já era casada e tinha uma filha de apenas um ano, mas nada me impediu, pois a levava junto. Passava sexta e sábado estudando. O curso teria duração de dois anos e não podia perder o tempo de trabalho. Faltando alguns meses para terminar o curso comecei o curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, um pouco mais perto, a setenta quilômetros de casa, sexta à noite e sábado o dia inteiro. Porém cansativo, dias muito quente, em sala pequena, passando muito calor. Tudo isso para garantir a profissão, mas também passou rápido. Morando em outra cidade, distante dezoito quilômetros da que morava antes de casar, dava aula no período noturno e enfrentava a estrada todas as noites, voltando mais de 23 horas e na maioria das vezes levava minha filha junto e a deixava na casa de minha mãe ou de uma tia. Durante um ano fiz este trajeto para dar apenas quatro aulas e garantir o vínculo, pois sabia que logo tudo se resolveria. Então, consegui, na cidade onde estava morando, aulas de matemática de quinta a oitava série e ensino médio.

Em um determinado momento percebi que precisava fazer algumas mudanças na minha vida e pensei em mudar para Curitiba, pois sabia que poderia contar com o apoio de meu irmão. Nesta época a professora que tinha sido chefe do núcleo da região onde eu morava estava trabalhando na Secretaria de Estado da Educação; liguei para ela, contei a decisão que havia tomado e ela se propôs a

me ajudar a vir para Curitiba. Eu pensava em dar aulas, mas como tinha uma vaga na SEED (Secretaria de Estado da Educação), ela conseguiu que eu fosse trabalhar lá. Fiquei feliz, mas preocupada, pois não entendia nada da parte burocrática de escolas. Fui para a Superintendência, Departamento de Infraestrutura, onde só precisava aprender a analisar processos das escolas do Estado todo. Foi um pouco difícil, mas aprendi e foram quatro anos de uma experiência diferente.

Passados quatro anos, recebemos a notícia que os celetistas seriam demitidos. Tinha feito o concurso da prefeitura de Curitiba para professora e havia sido aprovada. Enquanto aguardava ser chamada para assumir o concurso atuava como PSS (Processo de Seleção Simplificada) em escolas da Rede Estadual do Paraná. Neste mesmo ano, em outubro de 2006, fui chamada para assumir o padrão. Fui trabalhar em uma escola bem longe de onde morava, o que é normal para quem começa na rede municipal. No ano seguinte fui chamada para dar aulas de matemática em uma escola que tinha do sexto ao nono ano, pois havia falta de professores com formação em matemática no terceiro ciclo do ensino fundamental. Trabalhei três anos de quinta a oitava séries e em 2009 com o segundo filho já com um aninho, voltava para os anos iniciais do ensino fundamental na Escola Municipal Donatilla Caron dos Anjos, escola próxima de casa e próxima ao CMEI onde deixaria meu filho, e estou atuando até momento.

Em todos esses anos na carreira do magistério sempre ouvi crianças e alunos maiores falarem de dificuldades em matemática e por isso diziam não gostar desta disciplina. Procurava motivá-los dizendo que Matemática faz parte da nossa vida desde que nascemos e que está sempre presente no nosso cotidiano, mas eles afirmavam que é muito difícil e complicada. Preocupada com os comentários pensava no que poderia ser feito para mudar o ponto de vista dos alunos em relação à matemática. Em 2013 tive a oportunidade de ingressar na primeira turma de Mestrado Profissional: Teoria e Prática de Ensino do Setor de Educação e não tive dúvida que a pesquisa seria sobre a aprendizagem de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, com o objetivo de identificar que dificuldades os alunos apresentam na aprendizagem desta disciplina, especificamente nos cálculos elementares, pois acredito que se colaborar para a superação das dificuldades no início da aprendizagem muitos alunos não continuarão a dizer que não gostam de matemática.

CONSTITUIÇÃO DA PESQUISA NO MESTRADO

Escrevi o projeto de pesquisa para o Mestrado a partir das minhas experiências em sala de aula. Com mais de 20 anos atuando como professora em escolas pública percebia que já nos anos iniciais do ensino fundamental os alunos apresentam dificuldades nos cálculos aritméticos cometendo erros na resolução dos seus algoritmos convencionais. Estes cálculos são base estruturante para os conteúdos matemáticos dos anos seguintes. Entendo que os alunos devem desenvolver o pensamento aditivo e o multiplicativo para que ocorra uma aprendizagem conceitual e que a compreensão dos cálculos algorítmicos é constitutiva dessa aprendizagem. Se estas dificuldades de aprendizagem e incompreensão do processo de resolução dos algoritmos não forem identificadas, principalmente nos anos iniciais, poderão comprometer a aprendizagem dos conteúdos escolares subsequentes. Para reduzir este comprometimento e ajudar os alunos na resolução dos cálculos elementares é importante saber quais são as dificuldades que impedem a compreensão do processo de resolução dos algoritmos.

Identificamos dificuldades quando aplicamos atividades e conferimos as soluções e, ao conferi-las, nos atentamos aos erros que cometem. Concordamos quando Cury (2008) fala que não podemos continuar a dar ênfase aos erros na aprendizagem nem considerá-los como desempenhos definitivos, nem como conhecimentos irrecuperáveis e sim conhecê-los, torná-los uma ferramenta importante na aprendizagem.

Em nossas escolas professores e equipe pedagógica costumam discutir sobre o aprendizado de matemática nos anos iniciais, principalmente quando o resultado das avaliações mostra que uma pequena porcentagem de alunos consegue resolver atividades ou situações problemas que envolvem os cálculos elementares. Discutir sobre dificuldades dos alunos, e não somente sobre os resultados, pode contribuir com a prática docente dos professores por evidenciar as dificuldades com que os alunos se defrontam.

Nos PCN (1998) encontramos que os alunos que não apresentam compreensão nos conteúdos considerados como base desta disciplina terão dificuldades nos anos seguintes da Educação Básica na resolução de atividades

que envolvem cálculos elementares. Sabemos pela nossa prática em sala de aula que há alunos nos anos finais do Ensino Fundamental, e até mesmo no Ensino Médio, que têm dificuldade em resolver exercícios dos respectivos conteúdos curriculares porque erram nos procedimentos algorítmicos dos cálculos aritméticos elementares. Daí a importância de se identificar quais as principais dificuldades que os alunos dos anos iniciais do ensino fundamental têm e como as mesmas interferem na aprendizagem.

Esta pesquisa não está vinculada apenas ao aspecto resolutivo de algoritmos. É preciso considerar e valorizar as referências culturais, as experiências diárias dos alunos, o conhecimento que eles trazem, para que a aprendizagem aconteça naturalmente, que tenha um significado ou sentido na vida escolar e cotidiana.

As Diretrizes Curriculares da Educação (BRASIL, 2010, p.246) definem que:

Letrar-se matematicamente, significa aprender a utilizar com compreensão as diferentes linguagens matemáticas, estabelecendo relações significativas entre elas e mobilizando conhecimentos na resolução de problemas relacionados ao mundo do trabalho, da ciência, de vida cotidiana e escolar.

E os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) demonstram que devem ser consideradas duas questões: a necessidade de reverter o quadro em que a Matemática se configura como um forte filtro social na seleção dos alunos que vão concluir, ou não, o Ensino Fundamental e a necessidade de proporcionar um ensino de Matemática de melhor qualidade, contribuindo para a formação do cidadão. Entendemos que compreender as resoluções dos alunos e considerar seus erros como processo de aprendizagem pode se configurar como estratégia para proporcionar um ensino de Matemática de melhor qualidade.

Cury (2008) amplia a visão sob esta perspectiva. Segundo a autora, em caso de erro, seria de grande valia retomar com o aluno suas resoluções para auxiliá-lo a fazer uma análise de sua forma de aprender. É importante observar seus erros, ir além de sua correção, buscar suas causas, prever seus desdobramentos e a partir daí rever e recriar os métodos de ensino de matemática. A análise detalhada dos erros possibilita obter uma dimensão mais ampla da aprendizagem do aluno, o que facilita o planejamento para um ensino mais eficaz.

Analisar se o aluno comete sistematicamente os mesmos erros ou não, e se existe alguma lógica por trás de um determinado erro ajuda a identificar se a causa está no processo de ensino ou na aprendizagem dele próprio.

Quando se questiona o “por que” dos erros, eles deixam de ser uma avaliação pontual do desempenho do aluno e se torna uma avaliação do processo, um sinalizador para a elaboração de novas estratégias de ensino pelo professor. As pesquisas se tornam necessárias para conhecer as causas das dificuldades dos alunos para buscar formas de intervir nesta realidade e procurar adequar as práticas no sentido de tornar a matemática mais fácil de ser ensinada e aprendida, mais interessante e atrativa.

Avaliar os erros como abordagem de pesquisa e como metodologia de ensino pode ser uma estratégia didática empregada em sala de aula para levar os alunos a questionarem suas próprias soluções, entender que o erro pode resultar da não compreensão do processo e que se faz necessário rever sua resolução, esforçar-se para acertar, pedir ajuda.

Em alguns casos os alunos com dificuldades nos cálculos precisam ser atendidos por meio de outras atividades que os ajude a superar inseguranças, limitações ou desinteresse. Cabe às escolas apoiar e buscar melhores condições de trabalho para os professores e elaborar projetos que atendam a esses alunos, antes que as dificuldades se tornem crônicas ou permanentes.

2 TRAJETÓRIA METODOLÓGICA

DELIMITAÇÃO DO TEMA

O interesse inicial pelo tema escolhido para o estudo está relacionado com a prática como professora de matemática há mais de 20 anos para o ensino fundamental e médio e anos iniciais que permitiu perceber dificuldades de aprendizagem dos alunos e, principalmente, ouvir com frequência reclamações de alunos que não gostavam, não entendiam, não conseguiam compreender a matemática, -“ela é muito difícil e complicada” diziam eles. A fala constante desses alunos trouxe-nos uma preocupação, “o que fazer para reverter estas opiniões?”. Com este propósito e com ajuda da minha orientadora no Mestrado em que desenvolvi a pesquisa, buscamos em sites especializados, obras, trabalhos, artigos, dissertações e teses sobre aprendizagem matemática nos anos iniciais que contribuíssem para concretizar o projeto de pesquisa. Para desenvolvê-la aplicamos aos alunos atividades com cálculos matemáticos elementares e com situações problemas para com suas resoluções identificamos dificuldades que precisavam ser superadas, até mesmo para não desmotivá-los e tornar a matemática uma disciplina rejeitada.

Os PCN (BRASIL, 1997), dirigidos ao ensino de 1ª a 4ª séries também enfatizam que é preciso levar o aluno a compreender e interagir com o mundo à sua volta, estabelecer relações quantitativas e qualitativas, resolver situações problema comunicar-se matematicamente, estabelecer conexões com as demais áreas do conhecimento, desenvolver autoconfiança no seu fazer matemático. Desse modo, a matemática pode colaborar para o desenvolvimento de novas competências e novos conhecimentos para o progresso tecnológico que o mundo atual exige, uma vez que é neste meio que os alunos estão inseridos. Os parâmetros orientam a atividade dos professores para a promoção da aprendizagem de matemática na vida escolar, o que envolve a realização de cálculos aritméticos. Ensinar matemática é levar a criança à abstração, é tornar a disciplina atraente, envolvente e significativa e compreender que as dificuldades dos alunos podem colaborar para que isso ocorra.

A intenção inicial desta pesquisa era identificar quais as principais dificuldades que os alunos têm na aprendizagem matemática, mais especificamente nos anos iniciais do ensino fundamental. Como a temática é muito ampla, surgiu à necessidade de delimitar o tema. Para Santos (2006, p. 69)

Na prática, a seleção/delimitação de um problema de pesquisa consiste em escolher, entre os vários aspectos anteriormente levantados, aquele que merecerá estudo e investigação nesse momento.

Assim, tendo em vista o elevado número de erros observados nas resoluções algorítmicas, tanto em atividades de contas armadas como em resoluções de situações problemas e a partir do tema geral, o problema da pesquisa foi assim elaborado: que dificuldades alunos de 4º e 5º ano do Ensino Fundamental apresentam na resolução dos cálculos elementares?

No decorrer da delimitação do tema outras circunstâncias emergiram e foram instigantes para elaboração da questão de investigação, constituindo-se algumas delas em passos metodológicos da pesquisa. Este fato acabou por garantir originalidade a presente pesquisa, conforme indicado na sequência do texto.

Em síntese as circunstâncias que levaram a escolha do tema foram:

- a) experiência como professora no ensino fundamental e a observação que são muitos os alunos dos anos iniciais que têm dificuldades para aprender ou compreender a matemática elementar. Quando a compreensão ou apreensão do conteúdo não acontece no momento em que deve ser apropriado pelo aluno pode se tornar um obstáculo e interferir na aprendizagem dificultando o avanço no seu aprendizado, gerar insegurança e desmotivação;
- b) cursos de formação continuada realizados em que professores ministrantes defendem a ideia de analisar os erros dos alunos como fator revelador dos processos de raciocínio e das superações necessárias para a construção do conhecimento lógico-matemático;
- c) atuação como professora em uma escola municipal de ensino fundamental por vários anos, o que despertou o interesse em pesquisar porque os alunos reclamam da matemática;
- d) atuação como corregente na turma do 4º ano, o que viabilizou a

percepção das dificuldades de muitos alunos na resolução dos algoritmos convencionais;

e) possibilidade de acompanhar de perto os alunos do 4º ano ao aplicar um instrumento de pesquisa com cálculos elementares que trouxesse dados para avaliar quais eram as suas dificuldades;

f) possibilidade de acompanhar os alunos, se não todos, mas os que permanecessem na escola no 5º ano, aplicando a eles o mesmo instrumento e acrescentando outro com situações problemas;

g) possibilidade de comparar longitudinalmente, no tempo, os dados empíricos originários de instrumentos aplicados aos mesmos alunos em anos sequenciais (4º e após 5º ano);

A originalidade da referida pesquisa está no fato de poder envolver os mesmos alunos em dois anos consecutivos e avaliar o desempenho em relação às mesmas dificuldades um ano depois, em atividades com contas armadas e com resolução de situações problemas.

Com o resultado da pesquisa esperamos sensibilizar os professores para que observem as estratégias resolutivas do aluno com um olhar diferente e pensem em alternativas para superar os desafios da docência matemática criando estratégias didáticas inovadoras que contemplem o erro dos alunos, como possibilidade de aprendizagem.

OBJETIVOS

Objetivo Geral

Identificar dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Fundamental na resolução de cálculos matemáticos elementares.

Objetivos específicos

- apontar dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução dos cálculos do Ensino Fundamental na aprendizagem da matemática;
- identificar dificuldades em atividades de matemática apresentadas por alunos no 4º e posteriormente no 5º ano do Ensino Fundamental;
- observar erros apresentados em operações elementares e com

resolução de problemas;

- provocar reflexões sobre o ensino da matemática.

REVISÃO DE LITERATURA E CONSTRUÇÃO DO CORPO TEÓRICO

A presente revisão de literatura foi construída a partir do estudo de textos de vários autores sobre educação e prática de ensino de matemática. Consideramos documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) e as Diretrizes Curriculares para a Educação Básica (2010) no que tange a Educação Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, anos iniciais. A partir daí, com a temática definida no âmbito da aprendizagem, decidimos focalizar nos erros que os alunos cometem ao realizarem os cálculos matemáticos elementares, buscando literaturas sobre a temática. Para orientar as análises optamos pelas autoras Cury (2008) e Pinto (2000) que enfatizam sobre a compreensão da função do erro na aprendizagem.

Na seqüência foram realizadas duas buscas. A primeira em monografias, artigos e teses contidos em revistas e bancos de dados sobre o tema para circunstanciar e contextualizar a questão de investigação. A segunda, para construir o *corpus* teórico da investigação, em referências teóricas indicadas no livro de Cury, *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos* (2008) e na obra de Pinto, *O erro como estratégia didática no ensino da matemática elementar* (2000), obras consideradas importantes para a compreensão da função do erro no processo de aprendizagem da matemática.

O processo de busca em banco de dados aconteceu a partir de uma literatura prévia de obras que tratavam do mesmo tema, assim entendemos que todo e qualquer processo de pesquisa deve ser construído em definitivo com base em estudos anteriores.

É importante conhecer trabalhos similares, outras percepções e posições que podem servir para embasamento e comparações.

Consultamos, também a base de dados da CAPES, utilizando as palavras chave- ensino fundamental – dificuldades de aprendizagem – erros em cálculos matemáticos. Encontramos cerca de quarenta indicações e optamos por aquelas

que se referiam diretamente às situações que envolvem nossa pesquisa de campo, como anos iniciais do ensino fundamental, dificuldades apresentadas pelos alunos nos cálculos e importância de analisar os erros.

Santos (2006, p. 92) afirma que em certos meios acadêmicos a tendência é tratar os dados bibliográficos como secundários, como informação de segunda categoria. É um equívoco, porque base bibliográfica em nada compromete a possibilidade de originalidade dos raciocínios que, a partir dos dados pesquisados possam ser desenvolvidas. Ela também é fundamental para subsidiar as pesquisas de campo, no caso, as investigações dos erros de matemática cometidos por alunos das séries iniciais do ensino fundamental.

CARACTERIZAÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA

Esta é uma pesquisa que utiliza estratégias de natureza quantitativa para organização de dados empíricos e para visualizar informações a serem analisadas qualitativamente. Como metodologia de pesquisa adotamos a abordagem qualitativa que está de acordo com a questão de investigação. Com os cálculos matemáticos elementares e situações problemas realizadas pelos alunos, identificamos dificuldades que apresentam por meio da análise dos erros por eles cometidos.

Consideramos nossa pesquisa de campo como qualitativa, porque buscamos informações diretamente com os sujeitos sobre suas dificuldades na resolução das operações aritméticas elementares, pois segundo Santos (2006, p.27). “O campo é o lugar natural onde acontecem os fatos / fenômenos / processos”.

De acordo com Bicudo (2006, p. 105-106) “O quantitativo tem a ver com o objetivo passível de ser mensurável [...]. O qualitativo engloba a ideia do subjetivo, passível de expor situações e opiniões”. Em nosso caso, a utilização de instrumentos próprios da pesquisa quantitativa teve o objetivo de organizar os dados e informações, estas sim, analisadas qualitativamente. A noção de subjetividade exposta por Bicudo não está em posicionamentos da pesquisadora a partir de si, mas está na possibilidade de análise de situações expostas pelos

dados obtidos e organizados, considerados no conjunto dos alunos participantes da pesquisa, a partir do que emite considerações. A motivação para a definição da natureza da pesquisa foi optar pela análise de erros defendida pelos autores estudados em Cury (2008) e Pinto (2000) para identificar dificuldades que os alunos têm no processo de aprendizagem nos cálculos matemáticos.

A análise qualitativa busca entender e analisar determinadas realidades, estabelecendo avaliações e pontos de vista sobre o assunto pesquisado. E a análise quantitativa dos dados permitiu a construção de descrições detalhadas e organizadas para melhor interpretar e analisar os dados obtidos.

Sob o aspecto dos objetivos, a pesquisa é descritiva segundo Santos (2006, p. 26) que a define como:

Um levantamento das características conhecidas que compõem o fato/fenômeno/processo. É normalmente feita na forma de levantamentos ou observações sistemáticas de fato/fenômeno/processo escolhido.

A pesquisa ocorreu em uma escola pública de Ensino Fundamental do município de Curitiba, justificando-se a escolha por ser onde a pesquisadora atua como profissional do magistério há vários anos.

Os sujeitos da pesquisa foram 25 alunos que frequentavam o 4º ano do Ensino fundamental da referida escola no ano de 2013; a turma de 5º ano em 2014 também com 25 alunos, porém apenas 17 alunos eram os mesmos da turma de 2013 e que tinham participado da pesquisa.

Os dados foram coletados individualmente e sem intervenção, sendo duas aplicações em 2013 e outra em 2014. A opção pelos anos finais do Ensino Fundamental foi porque percebemos na prática cotidiana em sala de aula que um número significativo de alunos não consegue resolver atividades que envolvem os cálculos matemáticos elementares.

Foram dois os instrumentos de coleta de dados:

a) um deles foi um instrumento com 19 contas armadas das quatro operações aritméticas fundamentais, organizado em duas listas de exercícios (uma com 10 e outra com 09 contas armadas). Este instrumento foi aplicado à turma composta por 25 alunos do 4º ano em 2013 e para a turma de 5º ano também com 25 alunos em 2014, na qual 17 alunos haviam participado em 2013. Correspondem

as atividades I, II (2013), III e IV (2014).

b) o outro foi um instrumento com seis problemas envolvendo seis contas do instrumento anterior aos alunos do 5º ano em 2014. Corresponde à atividade V (2014).

A intenção de aplicar o instrumento com contas armadas foi a de identificar dificuldades que os alunos apresentavam por meio da análise dos seus erros, acertos e tentativas de resolução. Neste caso, a intenção é a análise do conhecimento procedimental do aluno, vinculado ou não ao desenvolvimento do pensamento aritmético aditivo ou multiplicativo.

O instrumento com situações problemas foi para identificar se em contexto de resolução de problema os alunos utilizavam diferentes procedimentos em função do desenvolvimento do pensamento aritmético aditivo ou multiplicativo para os mesmos cálculos das contas armadas, se demonstravam compreensão e se apropriavam do processo de resoluções dos cálculos.

Em resumo os dois instrumentos utilizados totalizaram cinco atividades: duas listas de atividades com contas armadas aplicadas em 2013 e repetidas em 2014 totalizando quatro atividades e uma lista de situações problemas para serem resolvidos com seis das contas armadas em 2014.

Os dados das atividades (a) e (b) foram organizados em quadros para melhor visualização das respostas dos alunos quanto aos erros e acertos e para facilitar a posterior análise. Esses quadros tornaram visíveis os desempenhos das turmas do 4º e do 5º anos em seu todo, assim como o de cada aluno participante, possibilitando um olhar contextualizado dos dados no decorrer dos anos de 2013 e 2014 (quadros 2, 4, 5 e 6).

A seguir, foram analisados os erros, os acertos e as tentativas de resolução apresentadas para as contas armadas.

Os erros nas resoluções dos problemas foram organizados em dois quadros, considerando os 12 alunos que participaram de todas as atividades.

No primeiro, foram quantificados e organizados por duas modalidades de erros: erros de interpretação e erros de cálculo (Quadro 7).

No segundo foram organizados por alunos, segundo o desempenho de cada um, conforme as modalidades definidas (Quadro 8).

Os dados referentes aos erros (E), acertos (A) e não resoluções (NF) das contas armadas (constitutivas dos problemas) e também os dados dos problemas

foram organizados em um quadro comparativo para a realização de uma análise horizontal analítica dos resultados. (Quadro 9).

Foram construídos quadros comparativos de situações específicas, como desempenho nas operações, quantitativos de erros e de acertos por especificidade de erros. (quadros 9, 10 e 11).

A seguir, construímos categorias para analisar os erros apresentados nas resoluções dos problemas que são: dificuldade de interpretação do enunciado; erros na montagem da conta e ou não domínio das operações; desatenção; erro não avaliável por ser de difícil identificação; dificuldade de lidar com valor monetário. Os dados foram, então, organizados em um quadro que apresenta as categorias construídas pela autora, a explicação do erro e exemplo da sua ocorrência (Quadro 14)

Para a análise foram selecionados apenas os alunos que participaram de todas as cinco atividades, Atividade I e II em 2013 e Atividade I, II e III em 2014, total de 12 alunos. Os dados foram organizados em quadros.

Para facilitar o entendimento sobre a aplicação dos instrumentos para coleta dos dados, construímos o quadro ilustrativo a seguir.

Ano	Atividade	Instrumento	Ano escolar	Alunos por ano de aplicação	Alunos em 2013 e também em 2014	Alunos participantes em todas as atividades
2013	Atividade I	1ª aplicação Lista 10 contas armadas	4º ano	25 alunos		
	Atividade II	1ª aplicação Lista 9 contas armadas	4º ano	25 alunos		
2014	Atividade III	2ª aplicação Lista 10 contas armadas	5º ano	25 alunos	17 alunos	
	Atividade IV	2ª aplicação Lista 9 contas armadas	5º ano	25 alunos	17 alunos	
	Atividade V	Aplicação lista problemas	5º ano	25 alunos	17 alunos	
						12 alunos

Quadro 1 – Ilustrativo da aplicação do instrumento para coleta de dados.
Fonte: a autora

3 APONTAMENTOS A PARTIR DA REVISÃO DE LITERATURA

IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Um interesse dos estudiosos e pesquisadores no campo da Educação Matemática tem sido o de buscar métodos para facilitar, mudar, aperfeiçoar e melhorar o ensino-aprendizagem desta disciplina, vista como difícil e até rejeitada por alunos de todas as classes sociais e de todos os níveis de escolaridade.

A matemática faz parte da história do ser humano desde sua criação. Ela estabelece relação com as demais ciências e está em constante transformação, assim como a construção e apropriação de conhecimento para o aluno.

Na sociedade atual a matemática é cada vez mais solicitada para descrever, modelar e resolver os mais diversos problemas nas áreas da atividade humana. Apesar de estar inserida praticamente em todas as áreas do conhecimento, nem sempre é fácil sua percepção pelos alunos mesmo que suas aplicações sejam interessantes e reais.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª séries, PCN (1998, p. 56-57), trazem uma reflexão sobre o estudo para a área da matemática no Ensino Fundamental na qual percebemos que há uma preocupação em trabalhar a matemática e aplicá-la ao cotidiano, de maneira que o indivíduo possa fazer uso do conhecimento em inúmeras atividades e fazer uso deste para a construção da cidadania. Os princípios dos PCN (1998, p. 56-57) enfatizam que

A atividade matemática escolar não é olhar coisas prontas e definidas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que servirá dele para compreender e transformar sua realidade. Aprendizagem em Matemática está ligada a compreensão, isto é, à apreensão do significado; aprender o significado ou um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. O significado da matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e seu cotidiano e das conexões entre os diferentes temas matemáticos. A seleção e organização dos conteúdos não devem ter como critério único a lógica interna da matemática. Deve-se levar em conta sua

relevância social e a contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno. Trata-se de um processo permanente de construção.

Os PCN (1998, p. 32) completam dizendo “[...] valorizar esse saber matemático cultural e aproximá-lo do saber escolar em que o aluno está inserido, é de fundamental importância para o sucesso de ensino e aprendizagem”.

Na sequência da leitura dos PCN, vemos que no ambiente escolar a matemática e a vida do aluno não caminham juntas. É importante a junção de ambas e para que isso aconteça é fundamental enfatizar seus princípios para direcionar o conhecimento matemático para o desenvolvimento intelectual do aluno.

Ensinar matemática é levar a criança à abstração, é tornar esta disciplina atraente, envolvente e significativa. Sendo assim, a criança desenvolverá seu próprio raciocínio, aprenderá a trocar experiências, elevando sua autoestima e acreditando em suas potencialidades.

Os PCN dirigidos ao ensino de 1ª a 4ª séries (1997) também enfatizam que é preciso levar o aluno a compreender e interagir com o mundo à sua volta, estabelecer relações quantitativas e qualitativas, resolver situações problema comunicar-se matematicamente, estabelecer conexões com as demais áreas do conhecimento, desenvolver autoconfiança no seu fazer matemático. Desse modo, a matemática pode colaborar para o desenvolvimento de competências e novos conhecimentos para enfrentar o progresso tecnológico característico dos dias atuais, progresso esse cada vez mais rápido. A promoção desse enfrentamento exige permanente renovação nos modos de ensinar e a compreensão pelo professor de que a ação docente pautada em processos reprodutivos e verificacionistas do conhecimento escolar não possibilitam o desenvolvimento de metodologias que promovam aprendizagem conceitual e autonomia cognitiva para a construção de diferentes modos de pensar (Guérios, 2002).

De acordo com os PCN (1997, p. 31)

Para tal, o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico e favorecem a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa

peçoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios.

Para que renovações na forma de ensinar ocorram, é recomendável que o professor desenvolva os conteúdos de matemática em sala de aula por meio da resolução de problemas, conforme apontam inúmeros pesquisadores no âmbito da Educação Matemática. Também sabemos ser recomendável que o professor valorize a vivência do aluno, considere seu conhecimento prévio, promova a sua autonomia por meio de atividades dinâmicas, por exemplo, em atividades didáticas por meio de jogos e situações que realmente sejam interessantes. É importante encontrar alternativas de desenvolver os conteúdos, que possibilitem ao aluno construir seu próprio conhecimento e motivar-se a resolver problemas do seu cotidiano. A aprendizagem da matemática é fundamental, portanto, desde a os anos iniciais da Educação Básica.

Trazemos D'Ambrosio para este cenário. Antes chamamos atenção para uma atitude dos professores relacionada à docência na qual acreditamos. A de que cabe a eles colocar o aluno como foco da sua ação para promover a aprendizagem, capacitando-o para a leitura e escrita da linguagem matemática, levando em consideração a sua realidade e sua participação no processo ensino-aprendizagem. Segundo D'Ambrosio (2003, p. 1), isso

[...] exige o ensino de uma matemática que permita à criança lidar com o mundo à sua volta, além disso, permite a capacidade do aluno de solucionar problemas, cálculos, capacidades intelectuais e de desenvolvimento do pensamento e do conhecimento. A escola precisa saber aproveitar o repertório de conhecimentos que o aluno traz e oferecer condições para que ele aproveite para ampliar, pensar, sentir e criar em sala de aula. Que construa novos saberes fundamentais para seu desenvolvimento, em todos os sentidos, do cognitivo ao humano, considerando o cultural, o social e demais que lhe configurem como cidadão.

D'Ambrosio (2003, p. 1) destaca que:

O ensino da matemática não pode ser hermético nem etilista. Deve levar em consideração a realidade sócio-cultural do aluno, o ambiente em que ele vive e o conhecimento que ele traz de casa.

Nesse sentido, cabe ao professor ser mediador na apropriação do

conhecimento escolar pelo aluno, o qual deve ter a oportunidade de analisar, observar, experimentar e refletir sobre as relações existentes com o objeto em estudo. Dessa maneira, a matemática não será apresentada como um conhecimento pronto e acabado a ser assimilado. Ao contrário será ensinada de modo contextualizada, atendendo às necessidades dos alunos e estabelecendo relações com as outras ciências. Para tal, a aprendizagem matemática se faz preocupação desde a Educação Infantil e dos Anos Iniciais por ser importante para a formação da base do pensamento matemático. Se a aprendizagem matemática se der por repetição, sem compreensão conceitual, certamente ocorrerá um vácuo nas necessárias estruturas cognitivas do aluno. Uma questão que é culturalmente indagada refere-se a carência de aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental evidenciada pelos erros cometidos, pela dificuldade de aprendizagem matemática em anos subsequentes e pela importância dada aos erros dos alunos pelos professores.

Em relação à importância dada aos erros dos alunos pelos professores, nos é importante a observação registrada por Pinto (2005, p. 2083) de que:

Felizmente a escola contemporânea vai assumindo um novo olhar para o erro do aluno e os professores vão sendo desafiados a criar novas estratégias de trabalho para o processo de aprendizagem. Assim, vai sendo escrita uma nova história da cultura escolar que ao acolher melhor o aluno que erra, utiliza uma pedagogia diferenciada para melhor compreender os processos e dificuldades de aprender e aprender bem matemática. Porque aprender não é somente saber mais, é também saber de outro modo. Assumir uma nova concepção de erro é antes de tudo olhar o aluno que erra e buscar situações diferenciadas de ensino que possam levá-lo a ultrapassar o erro com compreensão, sem medo e sem culpa. Entendemos que essa nova atitude diante do erro requer mais que abnegação, requer um novo profissionalismo para cuidar das cicatrizes da aprendizagem.

Esta pesquisa está preocupada com tais cicatrizes que ocorrem e que se transformam em dificuldades, algumas vezes intransponíveis, na aprendizagem dos alunos em cálculos com as quatro operações aritméticas elementares, sejam na compreensão conceitual seja na algorítmica. De qualquer modo, uma reflete na outra. Eles apresentam dificuldades no 3º e 4º anos do Ensino Fundamental, sabe-se disso, para além dos resultados institucionais de avaliação. Identificá-las por meio dos erros que os alunos cometem oferecerá subsídios para os professores que ensinam matemática nos anos iniciais e nos subsequentes.

DIFICULDADES APRESENTADAS POR ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Há alguns dizeres que são preconizados por pesquisadores, são aceitos pela comunidade educativa em diferentes as áreas do conhecimento e na Matemática não é diferente. Um deles é de que o aluno precisa perceber a inter-relação dos conhecimentos matemáticos, para dar sentido ao aprendizado da disciplina, como recurso importante para compreender o mundo e a realidade. Os conteúdos de matemática vinculam-se diretamente com o cotidiano de todos e de algum modo os professores podem considerar o universo infantil na abordagem dos conteúdos matemáticos.

No entanto, cada aluno tem sua própria capacidade de compreensão e de apropriação dos conceitos. Se por alguma particularidade o aluno tiver dificuldade de aprendizagem matemática nas resoluções algorítmicas e não conseguir se apropriar do conteúdo, tal dificuldade, conforme já dissemos, poderá se acentuar a partir do 6º ano do Ensino Fundamental interferindo no desenvolvimento cognitivo dos alunos e impossibilitando a reflexão objetiva.

Há dizeres também em relação aos erros que os alunos cometem no desenvolvimento das atividades escolares, e na Matemática não é diferente. Quando o aluno erra nas atividades matemáticas, há os que ignoram a situação em que ocorrem, considerando que o problema não é do seu ensino e sim dos alunos, cabendo a eles a tarefa de estudar mais ou prestar mais atenção nas aulas. Mas, ao contrário, podemos encarar a situação como um desafio ao ensino e à aprendizagem e buscar formas de superação, conforme apontou Pinto (2005, p. 2076) ao concluir em sua pesquisa sobre concepções de erros de professores do Ensino Fundamental de Ciências e Matemática que:

As representações dos docentes acerca do erro revelam a permanência de duas concepções de erro com predominância das ideias construtivas que consideram o erro um elemento natural do processo de construção do conhecimento. Mais que uma resposta acabada, o erro é percebido pela maioria dos docentes pesquisados, como um desafio que o aluno coloca ao professor, uma possibilidade de conhecimento e reflexão das singularidades da experiência matemática vivenciada pelo do aluno no seu processo de aprendizagem.

Uma dificuldade encontrada por professores é que os erros dos alunos em matemática são numerosos e diversificados. Alguns alunos realizam uma única tentativa, certa ou errada. Outros, em uma única atividade tentam diferentes alternativas para resolver uma situação-problema. A resolução de uma atividade pelo aluno representa até onde sua aprendizagem pode chegar ou como ele pensa naquele momento e naquela situação (embora às vezes esteja distraído ou desmotivado e escreva qualquer coisa apenas para cumprir com a tarefa que é obrigada a fazer). Acreditamos que as resoluções e as tentativas, revelam singularidades da experiência matemática vivenciada pelos alunos, conforme Pinto apontou e que consideramos em nossa pesquisa como elemento de análise para identificar dificuldades de aprendizagem dos alunos do 4º e do 5º ano do Ensino Fundamental.

Em relação a dificuldades de aprendizagem matemática nos anos iniciais, trazemos contribuição da pesquisa de Ilva F. M. Eberhardt e Carina V. S. Coutinho, (2011). Como conclusão de pesquisa realizada em uma escola da rede municipal de Caxias do Sul, as autoras identificaram que o ensino da matemática é visto por pais, alunos e professores, como uma dificuldade a ser enfrentada nas escolas. Isto se deve principalmente à desvinculação da matemática da sala de aula com aquela utilizada no cotidiano. O estudo aponta as principais dificuldades de aprendizagem em matemática, identificada nos anos iniciais de escolarização, mais especificamente no terceiro ano do ensino fundamental. Aborda a construção do conhecimento lógico-matemático, através da teoria psicogenética e compara ocorrências de aprendizagem na realidade escolar. Entre os resultados, destaca-se a utilização de materiais concretos, como o material dourado. Também aponta a participação ativa dos pais junto à escola como forma de atividade conjunta e respeito aos estágios cognitivos em que a criança se encontra. Destaca o papel do professor como incentivador e estimulador do interesse da criança em aprender.

Na aprendizagem da matemática Eberhardt e Coutinho (2011) relacionam as experiências vividas em sala de aula e a organização do currículo proposto pela escola ao desenvolvimento cognitivo do aluno, aliada às situações de aprendizagem. Desta forma, afirmam que é preciso conhecer o aluno, identificar os conhecimentos que possuem suas experiências e limitações.

Ao entrar na escola, a criança já possui conhecimentos prévios, especialmente hoje, com tecnologia mais acessível. Mas se não for respeitado o

estágio cognitivo em que a criança se encontra, ela não terá condições de responder aos objetivos que o professor quer atingir. Então aparecem dificuldades na construção do conhecimento lógico-matemático.

Para Eberhardt e Coutinho (2011, p. 64), “a dificuldade de entender os conteúdos é determinada em função das características da disciplina que é lógica, formal e dedutiva, incompatível com o pensamento da maioria das crianças neste nível.”

As autoras defendem que há motivos de outra natureza que geram dificuldades na aprendizagem dos alunos. Embora a pesquisa das autoras tenha focalizado a 3ª série do Ensino Fundamental, os motivos que defendem são os mesmos para as demais:

Uma delas é a de que o conteúdo é demasiado; o tema conhecimento lógico-matemático e conceitos envolvidos são colocados em segundo plano em detrimento da alfabetização; o estágio de desenvolvimento cognitivo que a criança encontra-se não é compatível com todas as questões que o professor quer trabalhar; cada aluno elabora e desenvolve maneiras diferentes de operar matematicamente; desconhecimento ou impossibilidade da família em ajudar o educando em tarefas extraclasse; desenvolvimento de um saber escolar desvinculado da realidade da criança além do predomínio de atividades mecânicas e não lúdicas. Alunos que são aprovados, mas não possuem as habilidades prévias que o professor espera. Também é importante dar importância à nova inclusão de todos os alunos na escola e os seus desafios e conquistas (p.63-64)

A maior preocupação de grande parte dos professores é com relação ao conteúdo trabalhado. D’Ambrósio (1989, p. 15-19) no artigo “Como ensinar matemática hoje?” identifica que:

É difícil o professor que consegue se convencer de que seu objetivo principal do processo educacional é que os alunos tenham o maior aproveitamento possível, e que esse objetivo fica longe de ser atingido quando a meta do professor passa a ser cobrir a maior quantidade possível de matéria em aula.

Embora percebamos que mudanças ocorreram referentes ao pensamento dos professores, a autora relata que ainda ocorrem situações em que o professor prioriza a quantidade de conteúdos não incentivando o aluno a ser criativo e desafiador. O aluno não vivencia situações de investigação, exploração e descobrimento por não ser motivado a soluções que valorizem a criatividade.

Os alunos acreditam que a aprendizagem da matemática se dá por meio de um acúmulo de fórmulas e algoritmos; que fazer matemática é seguir e aplicar as regras ensinadas pelo professor e que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros, estáticos, inquestionáveis e incompreensíveis. Ao supervalorizar o poder formal da matemática o aluno vai perdendo o “bom senso” matemático e não relaciona a solução de problemas com as situações reais.

Diante disso, muitos alunos não conseguem reconhecer o processo apropriado para solucionar questões matemáticas e pensam não serem capazes de aprender e que falta a eles uma flexibilidade de solução e a coragem de tentar soluções alternativas, diferentes das propostas pelos professores.

As dificuldades apresentadas por alunos da quarta série e terceiro ano do ensino fundamental, de autoria de Daniel Z. Loureiro e Tânia S. Bassoi, é um artigo que relata a experiência de alguns acadêmicos do curso de matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná em Cascavel, que se dispuseram a auxiliar na aprendizagem da matemática da referida faixa etária. Perceberam que muitas vezes a professora regente, preocupada com o desempenho dos alunos sente-se impotente diante da não apreensão do conhecimento matemático apresentado por alguns deles. No decorrer do projeto buscaram contribuir para a compreensão de conceitos, princípios algoritmos matemáticos, ensinando, por meio desses procedimentos, valores e atitudes necessárias para o desenvolvimento de suas diferentes capacidades, como alunos. Para as pesquisadoras as dificuldades no ensino-aprendizagem da matemática, estão longe de serem resolvidas, mas iniciativas como as desse projeto são válidas para se conhecer a realidade e agir sobre ela.

O projeto foi oferecido para alunos com dificuldades dos referidos anos escolares, em salas diferentes, mas as turmas se mesclaram, recebendo alunos de séries diferentes, com as mesmas dificuldades.

Os autores concluíram que a qualidade das relações afetivas entre docentes, discentes e agentes educacionais tem papel determinante no sucesso escolar dos alunos. Cabe ao professor encorajá-los e contribuir para o desenvolvimento da autoconfiança e de uma autoestima positiva e respeito por si mesmo e pelos outros.

Loureiro e Bassoi (2010, p. 1-11) enfatizam ainda que:

Essa ideia de acolhimento e respeito não deve ser confundida com sentimento de piedade, os alunos não devem ser vistos como incapazes. Deve ser, ao contrário, um cuidado que se expresse em atitudes encorajadoras buscando sempre incentivá-los.

Moura et al..(2012) apresentam um projeto baseado em pesquisas realizadas por vários núcleos nacionais, patrocinado por programas oficiais, sobre as relações entre o desempenho escolar dos alunos e a organização curricular de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

A intenção da pesquisa era de ampliar o conhecimento no campo educacional de modo a subsidiar a elaboração de políticas públicas e a organização e desenvolvimento de ações escolares direcionadas à educação matemática. Também de produzir, coletivamente, uma proposta curricular de alfabetização matemática a ser adotada nos anos iniciais do ensino fundamental. Os autores concluem que comparar o número das avaliações externas com a prática resulta em uma compreensão das aproximações e distanciamentos entre as metas educacionais proclamadas pelas políticas públicas e as realmente alcançadas pela realidade escolar.

São muitas as soluções apontadas para facilitar o ensino da matemática.

D'Ambrósio (1989, p. 15-19) relaciona como sugestão:

A resolução de problemas como proposta metodológica, a modelagem, o uso de computadores (linguagem LOGO e outros programas), a etno-matemática, a história da matemática como motivação para o ensino de tópicos do currículo, e o uso de jogos matemáticos no ensino são alguns exemplos de propostas de trabalho visando à melhoria do ensino de matemática segundo uma perspectiva construtivista.

Para Eberhardt e Coutinho (2011, p. 69), quanto mais próximo da realidade tornar-se o aprendizado da criança, mais facilidade ela terá para internalizar noções e estabelecer relações. Sugerem que para amenizar as dificuldades é preciso usar material concreto. Quando a criança não chegou ao estágio da abstração, ela precisa ver, tocar, observar, modificar posições, criar situações com os objetos. Ela necessita observar o fato, acompanhá-lo de perto em suas etapas. Para que o aluno construa o conceito de número, por exemplo, é necessário o contato direto com materiais concretos para que ele possa: posicionar, agrupar, contar.

Costa (2011) investigou como a proposta de ensino por meio de temas geradores pode contribuir para o ensino-aprendizagem de matemática nos anos

iniciais do ensino fundamental. A pesquisa foi realizada em uma escola da rede municipal de ensino da cidade de Ponta Grossa (PR) com alunos do terceiro ano.

Segundo Costa (2011, p. 50):

É necessária a promoção de estratégias que proporcionem a interação dos alunos com o objeto em estudo. Uma das formas de ofertar um ensino que ofereça tais subsídios é o trabalho por meio de temas geradores.

No decorrer das atividades a abordagem metodológica por temas geradores ganhou amplo significado resultando em maior envolvimento dos alunos com os conteúdos, se comparadas às estratégias anteriores de ensino. O progresso na aprendizagem foi comprovado por meio de avaliação formativa.

Costa (2011, p. 50) conclui que:

O uso de temas geradores nos anos iniciais contribui pelo fato de mostrar que a aplicabilidade do ensino da matemática poderia ser muito mais facilitado se partisse de situações reais onde esses conteúdos podem ser verificados e/ou utilizados para resolver problemas.

O trabalho desenvolvido resultou num material didático interativo em DVD, com o objetivo de oferecer aos professores de anos iniciais um roteiro de trabalho para desenvolver os conteúdos de matemática de forma contextualizada, usando temas geradores.

Uma reflexão da prática escolar entre os professores pode apresentar uma abordagem importante na constatação das dificuldades e na busca por uma ação consciente. É importante considerar que é normal ter dificuldades quando se está envolvido num processo autêntico de aprendizagem.

Podemos sintetizar que os diferentes autores sinalizaram, por meio de suas pesquisas, que as dificuldades que os alunos apresentam na aprendizagem matemática são decorrentes de diferentes fatores. Em nossa pesquisa estamos preocupadas em identificar dificuldades por meio de atividades dos alunos considerando resoluções algorítmicas e em resolução de problemas para, como dizem, identificar relações que porventura estabelecem entre cálculos em contas armadas e os mesmos cálculos em resolução de problemas. A seguir, trataremos da Resolução de Problemas no escopo da nossa pesquisa.

IMPORTÂNCIA DA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS E SUAS DIFICULDADES

Quanto às dificuldades dos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental na resolução de problemas como prática pedagógica, destaca-se o Artigo “A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática”, escrito por Ariana Bezerra de Sousa.

A essência da matemática é o ato de resolver os problemas que os homens encontram nos seus diversos espaços de vivência. Como método, a resolução de problemas é eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da matemática. O processo de ensino e de aprendizagem pode ser desenvolvido por meio de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos.

Apesar do avanço da comunidade educativa em pesquisas e indicadores metodológicos para a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, Sousa (2014) observou que, não raras vezes, esse método aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação de aprendizagem, a partir de uma lista de problemas cuja resolução só depende da escolha de técnicas ou de memorização. Observou que geralmente os problemas trabalhados em sala de aula são exercícios repetitivos para fixar os conteúdos que acabaram de ser estudados, motivando o uso de procedimentos mecânicos, padronizados, para serem utilizados na resolução de problemas semelhantes. Essa prática não é motivadora, não desenvolve no aluno a capacidade de transpor o raciocínio utilizado para o estudo de outros assuntos, não favorece os hábitos de leitura e investigação, não contribui para a aprendizagem da matemática porque valoriza o aprendizado por reprodução ou imitação.

A resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Também desenvolvem a iniciativa do aluno, o espírito explorador, a curiosidade, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele encontre soluções para as questões do seu cotidiano, dentro e fora da escola.

A autora cita os PCN (1998) para explicar que “um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações

para obter um resultado”. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.

Muitos alunos e até professores não sabem como distinguir um exercício matemático de um problema matemático. Este exige que o aluno interprete o enunciado da questão, saiba estruturar as situações apresentadas, desenvolva várias estratégias de resolução, incluindo a verificação das mesmas e do resultado. O exercício é uma atividade de treinamento no uso de alguma habilidade ou conhecimento matemático já conhecido por quem vai resolver como a aplicação de um algoritmo ou de uma fórmula já conhecidas. Isso exige apenas a aplicação de um procedimento, sem a necessidade de criar estratégias para a resolução.

Existem diferentes tipos de problemas e cada tipo tem uma função no processo de aprendizagem do aluno. Sousa relaciona os seguintes: sem algoritmização, complexos, exigentes, os que demandam higiene e paciência, os nebulosos e aqueles onde não há uma resposta única.

A autora enfatiza que segundo os PCN (1998) o aluno deve ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos – que admitem diferentes respostas em função de certas condições – evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.

A proposição do problema deve estar vinculada aos objetivos didáticos e à realidade do aluno. Também é preciso verificar se o aluno possui pré-requisitos para a solução do que foi proposto, pois ele constrói seu conhecimento pelas conexões que estabelece com seu conhecimento prévio. É preciso oferecer aos alunos várias estratégias de resolução de problemas e evitar experiências repetitivas. Para Sousa (2014) o interessante é resolver diferentes problemas com a mesma estratégia e aplicar diferentes estratégias para resolver o mesmo problema.

Para compreender o raciocínio do aluno e poder propor estratégias, o professor pode trabalhar com as tentativas e os erros dos alunos, observando o caminho usado para chegar à solução.

A resolução de problemas deve ser incentivada desde os anos iniciais para envolver o aluno com a linguagem matemática e possa se desenvolver plenamente

durante o seu processo de escolarização. Tais problemas precisam ter objetivos concretos que favoreçam aos alunos a aquisição de determinados conhecimentos e habilidades. O ensino por meio de métodos didáticos empregados deve estar em função desses objetivos.

Segundo a autora, os PCN (1998) consideram que a resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem matemática, pode ser fundamentada nos seguintes princípios:

- a situação – problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição;
- o problema não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório;
- aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver certo tipo de problema;
- um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de retificações e generalizações;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas como uma orientação para a aprendizagem.

Sousa relaciona as quatro etapas principais que, segundo Polya (1978) podem ser empregadas para a resolução de um problema: compreensão do problema; construção de uma estratégia de resolução; execução de uma estratégia escolhida e revisão da solução. E explica como essas etapas podem ser aplicadas a todos os conteúdos, dá sugestões de atividades e exemplos de problemas.

Para incentivar os alunos a tentarem vários métodos, todas as maneiras diferentes de resolver o mesmo problema, inclusive as erradas, devem ser discutidas e analisadas. E um problema não está necessariamente resolvido quando o aluno respondeu certo. Para estar necessariamente resolvido, o aluno precisa saber o que e como fez, e porque sua ação foi apropriada. Isso faz parte da resolução do problema, na etapa de revisão da solução.

Na conclusão, Sousa destaca a necessidade dos futuros professores de matemática, durante os cursos de licenciatura, vivenciarem experiências de resolução de problemas, para poderem proporcionar aos seus alunos uma efetiva construção de conhecimentos.

Motin (2014) apresentou resultados de uma pesquisa que investigou qual a representação que os professores das séries iniciais do ensino fundamental, da rede municipal de Colombo/PR possuem sobre o ensino da matemática e a resolução de problemas em suas aulas, no período compreendido entre 1997 e 2012. A pesquisa foi realizada por meio de documentos escolares, documentos oficiais e depoimentos de quinze professoras de três escolas municipais de Colombo.

Para Motin (2014) o uso da resolução de problemas é uma maneira de promover uma aprendizagem significativa, desenvolvendo no aluno a habilidade de exercitar raciocínios lógicos necessários para o alcance do conhecimento exigido na educação básica.

O problema pode ser o ponto de partida para se inserir novos conteúdos. O aluno resolve o problema utilizando estratégias que conheceu ou desenvolvendo outras, pelas transferências que faz entre o conteúdo conhecido e o novo que lhe é apresentado.

Motin (2014) realça que a resolução de exercícios e resolução de problemas são metodologias diferentes. Na primeira, os estudantes dispõem e utilizam mecanismos que os levam imediatamente à solução. Na resolução de problemas, isto não ocorre de forma imediata: muitas vezes é preciso levantar hipóteses e testá-las. Uma mesma situação pode ser um exercício para alguns e um problema para os outros, dependendo dos seus conhecimentos prévios.

Ensinar matemática por meio de problemas é difícil, exige que o professor compreenda as necessidades de seus alunos frente a certos conceitos e determinadas técnicas.

Os resultados da pesquisa de Motin (2014) indicam que a resolução de problemas como ponto de partida no ensino de matemática ainda é um grande desafio. A forma como os professores enxergam a matemática ainda é de maneira desconexa e fragmentada. Parece haver desconhecimento de uma compreensão teórica sobre a mesma, que dê consistência à prática e evite o reducionismo sobre a referida representação.

Mastroianni (2012) investigou quais concepções e crenças que os professores do ensino fundamental têm sobre resolução de problemas nas aulas de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. A pesquisa, realizada em uma escola da rede particular de São Paulo, surgiu de indagações advindas de uma

investigação anterior, realizada com alunos do quinto ano do ensino fundamental da mesma escola. Essas questões levaram à reflexão quanto às opções metodológicas dos professores, procurando indícios geradores de alguns erros e comportamentos inseguros dos alunos.

Mastroianni (2012, p. 1-10) expressa que:

A resolução de problemas, mais do que uma atividade, pode ser considerada um eixo metodológico nas aulas de matemática, permeando vários momentos didáticos e situações que permitam alguma problematização. Porém, na maioria das vezes a teoria é desenvolvida na sala de aula como exercícios repetitivos, procedimentos padronizados já previstos pelo aluno e professor.

O projeto relatado por Mastroianni (2012) foi ofertado a turmas de terceiras e quartas séries (quartos e quintos anos atuais) e terceiros anos do ensino fundamental, mas as turmas acabaram por tornar-se mescladas, com alunos de diferentes séries juntos em uma mesma sala de aula, por apresentarem as mesmas dificuldades.

A resolução de problemas se caracteriza pela investigação e exploração de novos conceitos e vira a construção de proposições matemáticas pelo aluno por meio de situações que estimulam sua curiosidade. De acordo com D'Ambrósio (1989) é através de suas experiências com problemas de naturezas diferentes que o aluno interpreta o fenômeno matemático e procura explicá-lo dentro de sua concepção da matemática envolvida.

Esse processo de formalização surge da necessidade e uma nova forma de comunicação pelo aluno e pode ser lento e/ou difícil. Depende muito da capacidade do aluno em ler, compreender e interpretar textos.

Itacarambi (2013, p. 3) argumenta que:

Frequentemente, os alunos não compreendem o que fazem e não utilizam os conhecimentos que possuem para resolver problemas. É a conhecida dualidade: fazer versus compreender. Analisar e compreender como pensam os alunos e gerar seu entusiasmo e sua curiosidade são atitudes essenciais para o sucesso do aluno na resolução de problemas.

A compreensão dos problemas depende de vários fatores, matemáticos ou não, e dentre eles se destacam a estrutura e a linguagem utilizadas nos

enunciados. E a habilidade em resolver os problemas se desenvolve ao longo do tempo, como resultado de várias oportunidades para resolver, elaborar estratégias, comparar, exercitar, confrontar, discutir, julgar, refletir, corrigir, recomeçar.

Apoiada pela teoria construtivista, Itacarambi (2013) reconhece que o aluno é responsável por sua própria aprendizagem. O conteúdo a ser apreendido pelo aluno deve ser capaz de permitir a construção de um modelo mental pleno de significado, ou seja, ser capaz de descrever situações e fenômenos dentro das teorias vigentes.

A metodologia proposta por Itacarambi (2013) está apoiada em algumas considerações, como um ambiente de motivação e desafio que propicie ao aluno dizer o que pensa, descrever suas dificuldades e se envolver na atividade. A opção por trabalhar em grupo propicia esse ambiente e permite aos alunos o contato com os diferentes caminhos utilizados pelos colegas, para a solução do problema.

O papel do erro e da avaliação também se destaca na referida proposta metodológica. Segundo Itacarambi (2013, p. 5):

Aprender é um processo cheio de idas e vindas, envolvendo tentativas, levantamento de suposições, realização de ações de pensamento e muitos usos de linguagem. Por esse motivo é comum que as pessoas errem em suas tentativas de aprender.

Na avaliação do trabalho com problemas o professor deve considerar esse processo de aprendizagem, fazendo com que a avaliação passe a ser um recurso para se compreender as dificuldades dos alunos e não uma punição.

MÉTODO DE INVESTIGAÇÃO E ANÁLISE DE ERROS COMO METODOLOGIA DE ENSINO E DE PESQUISA

Nos últimos anos tem sido discutida a possibilidade dos erros dos alunos serem utilizados como ferramenta para a melhoria da aprendizagem. Os erros podem ser pista para o aluno e o professor identificarem as dificuldades a serem superadas. Pesquisas demonstram que o erro dos alunos pode ser um diferencial para redimensionar as práticas pedagógicas dos professores, consolidar saberes e ampliar conhecimentos.

No cotidiano das salas de aula a correção dos erros geralmente ainda é

feita pela reprodução da resposta certa no quadro, que deve ser copiada pelo aluno que errou. Não se discute erros e estratégias que o aluno utiliza para resolver uma atividade matemática o que dificulta a reestruturação do pensamento. Somente um diagnóstico adequado pode delinear os caminhos a serem seguidos nas ações didático-pedagógicas.

Neves (2006) apresenta uma sistematização sobre o tema, que aproxima as contribuições teóricas das situações comumente apresentadas em sala de aula do ensino fundamental. Identifica que há uma forma diferente de ver e de apontar o erro para que o aluno não perca o interesse. Destaca que o interesse construtivista não é simplesmente apontar o erro observado nas atividades realizadas pelos alunos, mas estudá-las, descobrir suas razões. A autora expressa que o construtivismo é uma investigação do processo de aprendizagem mais produtiva que a mera observação do seu resultado.

Outras considerações sobre o erro nas aulas de matemática, numa percepção construtivista e epistemológica, são apresentadas por Gusmão e Emerique (2000). Os referidos autores questionam a função do erro e qual o seu papel no processo ensino-aprendizagem.

Para Gusmão e Emerique (2000, p. 51):

Uma vez constituído o obstáculo emocional, ele induz ao erro e, uma vez constituído o erro, este desencadeia emoções como: frustração de expectativas, angústia, raiva, sentimento de inferioridade, entre outras.

Os autores citam a teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget, que considera a questão da invenção e da descoberta. O que interessa é a ação física ou mental do aluno. O erro e o acerto são detalhes dessas ações. O conhecimento é uma construção e a evolução da inteligência e dos conhecimentos provém de desafios, de situações perturbadoras.

O aluno geralmente quer acertar e nesse processo as decepções podem causar bloqueios que vão interferir na aprendizagem futura. E quando o professor não se interessa em saber quais as causas dos erros está desrespeitando a capacidade do aluno.

A avaliação classificatória que destaca erros e culpados, aponta como “melhor” o aluno que não erra e “pior” o que não acerta, rebaixa a autoestima dos alunos e priva o professor de uma base importante para suas reflexões educativas.

Tais reflexões oportunizam reorganizações no ensino com o objetivo de criar situações para que o aluno supere suas dificuldades, o que não é tarefa fácil: requer empenho e criatividade.

Do ponto de vista pedagógico para Gusmão e Emerique (2000) a concepção epistemológica também traz implicações para o processo de aprendizagem, pois assume o erro como parte desse processo.

O erro do aluno é um passo necessário ao ato de conhecer e possibilita ao professor saber como os conhecimentos estão organizados em torno de concepções e pode se constituir num obstáculo à aquisição de novos conceitos. É na apreensão da realidade objetiva, no interior do próprio ato de conhecer que se descobrem variados obstáculos geradores de erros.

O obstáculo pode ser identificado tanto a partir de concepções do sujeito quanto de suas ações. Esta noção fundamenta uma ruptura com os paradigmas presentes nas posturas didáticas tradicionais nas quais são comuns os mitos e preconceitos sobre a matemática.

Pela reflexão epistemológica é possível deduzir que muitos erros são consequências de concepções adquiridas anteriormente. O próprio processo de ensino pode gerar incorreções.

Segundo Gusmão e Emerique (2000, p. 61): “as emoções sentidas no momento em que o erro ocorre podem ser decorrentes de emoções adquiridas anteriormente, em circunstâncias semelhantes e que possam então ser evocadas”

A matemática é uma das disciplinas que mais desencadeia emoções, as quais respondem por grande parte dos desacertos. A lembrança do erro pode gerar o que Gusmão e Emerique (2000, p. 62-64) denominam “obstáculo emocional” que eles definem como frustração de expectativas, angustias, raiva, sentimento de inferioridade entre outros e vão interferir na aprendizagem escolar.

O obstáculo emocional pode ser desencadeado de diferentes formas, inclusive pela percepção e interpretação que o professor tem do erro do aluno. O erro não pode mais ser visto como um motivo para reprovação. É preciso superá-lo para que não evoque sentimentos preconceituosos com relação ao ensino e aprendizagem da matemática.

Gusmão e Emerique (2000, p. 63-64), apontam que:

“há um círculo vicioso: o obstáculo emocional induz ao erro, que depois de

configurado desencadeia frustração de expectativa, angústia, raiva, sentimento de inferioridade e outras emoções. Este círculo vicioso tem o mesmo efeito do obstáculo emocional: limita as ações supostamente racionais do pensamento”.

É necessário um olhar de superação e de inovação sobre os erros dos alunos de matemática na busca de conhecimento, embora a resistência às mudanças seja algo difícil de ser vencido.

Pinto (2000) descreve importante trabalho de pesquisa realizado numa escola de porte médio da rede estadual de ensino que comporta séries iniciais do ensino fundamental para saber o que significavam os erros dos alunos para as professoras e que tratamento elas lhe reservavam. As reflexões propostas pela autora após esse trabalho possibilitaram a construção de três níveis de debate: o da formação continuada de professores, o do ensino da matemática e do processo de avaliação da aprendizagem escolar.

Após o estudo realizado, Pinto (2000, p.167) faz uma reflexão sobre o erro no contexto das mudanças que atingem o processo de ensino e de aprendizagem da matemática elementar. Nesta perspectiva, a autora destaca exatamente o que um professor afirmou em sua pesquisa: “o erro deve ser um observável” para a criança. Este parece ser o grande desafio que a teoria piagetiana coloca à pedagogia em relação à função do erro no processo de aprendizagem do aluno. A pesquisadora privilegiou a dimensão pedagógica, expôs as situações concretas dos envolvidos com o ensino, e considerou as inter-relações entre a escola e a comunidade.

E de acordo com o estudo realizado na tese de doutorado por Pinto (2000), o erro para ser observável ao aluno, de acordo com o construtivismo, precisa ser antes observável pelo professor, constituindo-se uma estratégia didática que pode mobilizar o professor à melhor observar a aprendizagem do aluno, e procurar estabelecer uma prática reflexiva a respeito do fracasso escolar.

Pinto (2000) parte da abordagem construtivista, que considera na sua interpretação, o erro como uma oportunidade a ser analisada pelo professor e problematizada e ser evitado e apenas constatado. Para a autora é no princípio do construtivismo que o aluno produz seus conhecimentos como resposta pessoal a um questionamento. A autora ainda afirma que o erro tem um potencial educativo que precisa ser mais bem explorado, não apenas pelos professores, como também pelos próprios alunos. Sendo assim, há de se levar em consideração que o erro

pode levar a caminhos ao qual o professor poderá abordar novas situações didáticas, favorecendo o aluno em sua dificuldade de aprendizagem e reestruturando uma nova situação de prática a ser inserida em sala de aula.

Na escola por ela pesquisada as aulas de matemática eram ministradas pelo método tradicional, com carteiras enfileiradas individualmente, fala e giz, professor como protagonista principal e alunos como coadjuvantes.

Para esses alunos saber matemática era “saber fazer contas” e quem não sabia geralmente se sentia culpado e incapaz. Apenas em alguns momentos a professora possibilitava aos alunos o controle do sentido da atividade. Para isso motivava todos a buscar respostas por meios diferentes, a criar e experimentar hipóteses. Permitia também que todos os alunos (não só os “fortes”) partilhassem suas tentativas de acerto com os demais colegas. Segundo Pinto (2000, p.145) “Ao ser colocado em situação de realizar suas próprias experiências matemáticas, o aluno percebia seu erro não como uma incapacidade ou como decorrente de falta de atenção, mas como um obstáculo a ser ultrapassado.”

A concepção do erro a partir dos fundamentos psicogenéticos é encontrada na literatura sobre o construtivismo. O caráter construtivo do conhecimento é concretizado quando há ação, participação ativa do sujeito. Pinto (p.145 e 146) caracteriza os diferentes níveis de relação do aluno com o erro, segundo a teoria psicogenética.

NÍVEIS DE RELAÇÃO DO ALUNO COM O ERRO SEGUNDO A TEORIA PSICOGENÉTICA	
Nível A	Indiferença ao erro faz, correção mecanicamente. Não avança nos conceitos e precisam de ajuda para a compreensão. As formas rotineiras de esforços são nulas.
Nível B	Percebe o erro e que precisa ser retificado. Erros cometidos por distração, incompreensão de instruções. Faz tentativa, mas sozinho não consegue. Consegue avaliar e identificar os erros após as observações do professor durante as correções na lousa.
Nível C	O erro é observável, o aluno tem consciência do mesmo. A correção no quadro permite a apropriação do sentido do erro. Conclui seu trabalho sem ajuda e sem erros e quando os comete é por distração, tem condições ajudar os colegas.

Quadro 2 – Níveis de relação do aluno com o erro – teoria psicogenética
Fonte: Pinto (2000)

Portanto, o erro só fornece seu significado real para o aluno quando é notado. E o caráter construtivo do conhecimento só é concretizado quando há ação

do sujeito, quando ele participa dessa construção. Por isso é necessário um envolvimento maior dos alunos na atividade de correção.

Pinto (2000, p.147) expressa que:

Para que o erro seja uma estratégia didática inovadora, ele precisa ser percebido para o aluno. Porém o erro não será evidente para o aluno se antes não for um evidente para o professor.

Esse trabalho com o erro numa perspectiva construtivista não anula o papel do professor, apenas altera suas características tradicionais, inverte o seu sentido, a sua essência, porque a correção é acompanhada de um diagnóstico. Isso exige uma nova forma de acompanhar o aluno, de controlar a turma, de organizar o trabalho em sala de aula.

Pinto (2.000, p.165) enfatiza que:

“o mais importante é o professor adotar uma atitude reflexiva diante do erro do aluno, procurando, não apenas, compreender o erro no interior de um contexto de ensino, mas também compreender o aluno que erra”.

Os PCN apresentam uma seleção de conteúdos, mas todo professor tem autonomia para direcionar sua metodologia de ensino, trazendo para a sala de aula novos métodos e aperfeiçoando os já utilizados. Encarar o erro como construção do saber e não como ausência de conhecimento, analisar os motivos que levaram o aluno às situações de erro, fornece subsídios para que o professor utilize recursos apropriados e oriente os alunos no sentido de somar suas dificuldades.

Pinto (2000, p.173) conclui que:

Mobilizar o professor para observar melhor o erro do aluno é instigá-lo a uma prática reflexiva, em que possa desenvolver sua criatividade, seu espírito crítico e cooperativo, no diálogo com todos os agentes escolares rompendo com o individualismo e a rotina e, ao mesmo tempo, criando os laços de confiança necessário à sua autonomia docente.

Assim cabe ao professor transformar o ensino na confiança que o erro não é o fim, que o aluno pode sempre melhorar. Para isso ele deve reconhecer que seu papel no processo é o de mediador na apropriação do saber pelo aluno e suas atividades precisam se voltar para situações em que o aluno seja motivado e analisar, observar, experimentar e refletir sobre seus erros, acertos, necessidades, dificuldades e possibilidades.

O livro de Helena Noronha Cury (2008): “Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos” é uma leitura fundamental para se entender a análise das respostas dos alunos como metodologia de ensino e que pode ser empregada em sala de aula.

Cury (2008) parte do questionamento que, nas correções, geralmente os professores destacam os erros cometidos pelos alunos e passam pelos acertos como se fossem naturais, esperados. Há evidências que os acertos nem sempre demonstram o que o aluno realmente sabe, se ele entendeu o porquê está usando tal mecanismo ou fórmula. E, ao contrário, nem sempre o erro evidencia apenas o que o aluno não sabe. Os erros podem ser cometidos por descuido, desatenção, ou são hipóteses baseadas em concepções e crenças adquiridas ao longo da vida escolar.

O aluno é agente da construção do seu saber, pelas conexões que estabelece com o seu conhecimento prévio, num contexto de resolução de problemas. Essa concepção baseia-se nas teorias construtivas em que as relações com a aprendizagem resultam da interação entre sujeito e objeto. O construtivismo define que o professor deve apresentar o conteúdo na fórmula de questões e fazer com que o aluno raciocine e elabore os próprios conceitos para depois confrontar com o conhecimento sistematizado.

O livro, que é dividido em seis capítulos, cita obras e ideias de Thorndike, Hadamard, Newel, Krutetskii, Simon, Brousseau, Borasi, para situar cada uma das vertentes investigativas que subsidiaram muitas pesquisas. Uma das grandes contribuições da obra de Helena Cury é a socialização das ideias de Raffaella Borasi, uma das principais pesquisadoras do aproveitamento didático de erros.

Borasi argumenta que os alunos são pressionados pelo sistema escolar por meio de provas e ameaça de reprovação, o que faz com que os erros por eles cometidos provoquem frustrações. Mas se a ênfase da avaliação dos estudantes for o processo e não o produto, o estudo dos erros pode indicar estratégias mais convenientes para levar adiante o processo de ensino- aprendizagem da Matemática.

Cury (2008, p.38) expressa que:

Em todas as experiências de uso dos erros, relatadas por Borasi, destacam-se as discussões registradas pela pesquisadora, que permitiram não só o desenvolvimento da sua pesquisa sobre o uso dos

erros, como também a utilização desses erros para o ensino da Matemática. Nesse sentido é que Borasi (1996, p.6) considera serem os erros “oportunidade para aprender e pesquisar”, afirmativa com a qual concordo e na qual me baseio para o desenvolvimento de pesquisa na área, bem como no uso que tenho feito dos erros durante mais de duas décadas.

Outro importante precursor sobre a análise dos erros é Thorndike (1936), citado por Cury em sua obra. Ele apresenta a lei do exercício onde “o uso fortifica e o desuso enfraquece as conexões mentais.” Destaca, no entanto, que os interesses dos alunos precisam ser considerados, não se deve cansá-los com dificuldades inúteis. Cury (2008, p.21) exemplifica o pensamento de Thorndike, descrevendo que:

Consideramos o caso da cópia dos números que se devem somar subtrair e multiplicar. O esforço visual inerente a cópia dos números é, minuto a minuto, muitas vezes superior ao esforço exigido pela leitura. E, se a criança tem outros deveres a fazer, o trabalho monótono tende a levá-lo ao erro, ainda que ponha o melhor dos seus esforços e de sua vontade na execução da tarefa. Então, o raciocínio que aritmeticamente faz certo, dá resultado errado e a criança fica desanimada.

A partir do segundo capítulo do livro, Cury (2008), relaciona, de acordo com alguns critérios, uma revisão dos trabalhos que analisam as respostas dos alunos nas questões de matemática em salas de aula em situações variadas. Apresenta resultados de pesquisas com discussão de erros cometidos pelos alunos calouros de cursos de Ciências Exatas, para os futuros professores de Matemática ou para os que estão cursando Pós-Graduação, apontando dificuldades que muitas vezes não são consideradas na Educação Básica. Sugere atividades para uso dos erros em salas de aula do Ensino Fundamental, Médio e Superior, em especial para cursos de Licenciatura em Matemática. Finaliza com sugestões de ações para que as instituições de ensino desenvolvam novas investigações sobre a análise da produção escrita dos alunos. Conclui que os erros dos alunos devem ser discutidos em disciplinas de cursos de formação de professores porque podem suscitar reflexões sobre o próprio processo de aprendizagem.

A análise qualitativa das respostas dos alunos permite ir além dos significados do que está escrito, o que torna o erro uma fonte de saber. Cury (2008) considera isso como metodologia de ensino porque provoca ideias de superação das dificuldades apresentadas pelos alunos em relação aos conteúdos

matemáticos. Por meio do diálogo é possível questionar os erros e auxiliar os estudantes a (re) construir seu conhecimento. Os erros constantes ou instáveis, previsíveis ou imprevisíveis podem gerar possibilidades para a construção do conhecimento. É preciso verificar se o aluno acertou porque realmente entendeu a matéria, buscar as causas dos erros cometidos e auxiliar o aluno a entender de que forma ele aprende melhor e mais rápido. Cabe tanto ao professor como ao aluno se debruçar sobre o erro e inventar soluções que facilitem o aprendizado. Assim, errar se torna fonte de novas descobertas, de questionamentos e oportuniza momentos para interessantes e proveitosos desafios.

Cury (2008, p. 13) expressa que:

[...] “analisar as produções é uma atividade que traz, para o professor e para os alunos, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes”.

Nessas perspectivas, a análise de erros é para ser realizada em sala de aula, porque assim os alunos poderão questionar, dar e receber opiniões, criando uma visão crítica sobre as coisas que o cercam. As respostas dos alunos devem ser debatidas de maneira que trate os erros como etapa importante e necessária para a construção do conhecimento. É preciso considerar também que para uma única situação-problema podem existir várias maneiras de resolução.

O professor não deve enfatizar e valorizar o erro, mas levar o aluno a raciocinar sobre o que fez e como fez. Para que isso ocorra, todos os participantes da sala de aula devem ter uma postura positiva face ao erro. Este não pode ser visto como algo que envergonhe, humilhe ou desvalorize o aluno, mas como algo natural no processo de aprendizagem. O educando deve estar disposto a expor-se, partilhar dificuldades e monitorar adequadamente os erros. Percebendo seu próprio rendimento o aluno se torna mais confiante.

Um dos fatores que causam certa aversão dos alunos à Matemática é a utilização inadequada dos erros pelos seus professores. As formas como alguns professores apresentam os erros matemáticos em sala de aula contribuem para uma visão distorcida da natureza desta área de conhecimento. Os professores devem ter como objetivo, segundo Cury (2008, p. 41) “desenvolver nos alunos atitudes favoráveis à elaboração de hipótese, à crítica e à criatividade”.

Na análise das respostas não é o acerto ou o erro que devem ser

destacados, mas sim as formas como cada aluno constrói o conhecimento. Essa maneira de avaliar as dificuldades dos alunos é assim descrita por Cury (2008, p. 63):

Na análise das respostas dos alunos, ao considerar apenas a classificação e a contagem de número de respostas de cada tipo, a investigação fica muito pobre, não trazendo benefícios para os alunos e professores. No entanto, ao procurar entender as formas como o aluno produziu a resposta, certa ou errada, o trabalho pode contribuir para a construção de novos patamares de conhecimento.

O livro leva à reflexão de que os professores são os principais agentes para mudar o quadro de rejeição à matemática, lembrando que tentar algo novo não é ignorar e eliminar os conhecimentos já existentes, mas conciliá-los numa reconstrução de métodos, técnicas e princípios. Ou, como diz Guérios (2002) num ir e vir que age e retroage constituindo o processo de aprendizagem.

Na obra de Cury, “Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos” (2008) a referida autora faz referências a diversos artigos de outros autores, para fundamentar suas ideias. Um que nos chamou a atenção foi o intitulado Diagnóstico e Análise de Erros em Matemática: subsídios para o processo ensino-aprendizagem de Moren, David e Machado, Cadernos de Pesquisa, n. 83, p. 43-51, nov. 1992. Este artigo relata uma pesquisa em que o diagnóstico e análise dos erros em Matemática colaboram na identificação de níveis de dificuldade da aprendizagem, na avaliação e orientação do processo ensino-aprendizagem. Em torno da operação de subtração foi aplicado um teste para identificar níveis de dificuldade a alunos de 3ª a 6ª séries de onze escolas públicas.

Numa situação tradicional de oralidade unívoca, o professor só verifica se o aluno domina determinado conteúdo, sem questionar a origem e o significado do erro cometido pelo aluno. Para os autores Moren, David e Machado, (1992, p. 51). não se verifica, por exemplo, se:

O aluno comete sistematicamente o mesmo erro, nas mesmas situações, ou a cada hora ele reage de um modo diferente a essas situações? - é possível explicar por que o aluno cometeu um determinado erro? Existe alguma lógica por trás dele? - o próprio processo de ensino poderia estar induzindo o aluno a determinado erro? - Quando esses questionamentos estão presentes, então a função do erro passa a ser mais uma questão de avaliação do procedimento de ensino do que de uma avaliação de fixação de conteúdo. Com essa característica, ele servirá como orientador do processo de ensino.

Desse modo, a análise de erros dá um novo significado ao erro do aluno, não só como avaliador do desempenho, mas como revelador de suas dificuldades de aprendizagem. Embora essa forma de encarar o erro esteja presente na literatura existente, ela ainda está bastante ausente na prática cotidiana da sala de aula. O aperfeiçoamento do processo ensino- aprendizagem implica no aprofundamento das discussões sobre o papel da análise de erros. Sobre o tema, também foi relacionado o texto de Cury (2004, p. 111- 138.) cujo título é “Professora, eu só errei um sinal!” como análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem”. Para a autora, um erro que parece sem importância para o aluno como é o erro de sinal, pode trazer muitas dificuldades embutidas, em operações elementares ou na aplicação de fórmulas específicas. Entender qual é o problema, discuti-lo com os alunos, reconstruir saberes, pode evitar problemas que se arrastam por muitos anos, desde as séries iniciais.

O texto tece considerações sobre alguns resultados de investigações realizadas, apresenta casos específicos, trata de erros recorrentes em Matemática.

Cury (2004) relata uma ampla pesquisa que se iniciou no segundo semestre de 1989 na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, com alunos de Cálculo Diferencial e Integral de treze turmas de cursos variados. A investigação se propunha a analisar e classificar erros cometidos pelos estudantes em provas no referido semestre.

Os erros foram catalogados, analisados e classificados. O relatório de pesquisa foi apresentado aos professores e os resultados discutidos, com o objetivo de buscar novas estratégias de ensino. Uma segunda etapa dessa pesquisa foi realizada, com outros estudantes, em outro semestre para confirmar os dados, os quais foram apresentados em vários congressos e relatórios.

Muitos erros problemáticos para os alunos decorrem do ensino básico, com a falta de pré-requisitos elementares. Uma das causas é a introdução de conceitos compreendidos de modo pouco significativo.

Nova pesquisa, realizada em 2002, além de detectar e classificar erros se preocupou também em aproveitar o potencial dos erros para elaborar estratégias de ensino que possam auxiliar os alunos a superar certas dificuldades que vêm se repetindo ano após ano nas práticas de ensino de Cálculo.

Foi também citado no referido livro o texto de Batista (1995 p. 61-72), cujo título é “Fracasso escolar: análise de erros em operações matemáticas”,.

Trata-se de uma avaliação pedagógica sobre erros em operações aritméticas cometidos por alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Campinas. Foram analisadas 185 avaliações com um total de 930 contas de soma e subtração. O percentual de erros foi grande, sendo os principais: 1) reprodução errada da proposta; 2) erro de contagem; 3) erros na montagem da conta; 4) erros no “vai um” da soma; 5) erros específicos de subtração.

Os erros do tipo 1 e 2 podem ser atribuídos à distração ou falta de prática, o que requer repetição de exercícios. Os exercícios do tipo 3, 4 e 5 apontam para dificuldades mais conceituais. Os do tipo 3 e 5 se devem, principalmente, à falta de compreensão do valor posicional dos algarismos no sistema de numeração decimal, o que se reflete em erros com operações que usam 2 ou mais algarismos.

Batista (1995), cita Kamii (1992) que sugere que as crianças devem poder construir o sistema de unidade, dezena, etc. ao longo dos anos iniciais de escolarização. O valor posicional deve ser introduzido em contextos significativos como jogos e situações cotidianas que exijam cálculos. Propõe que as crianças inventem procedimentos próprios para somar números de mais de um algarismo por meio de exercícios mais livres. Argumenta que as crianças compreendem e recordam melhor aqueles procedimentos que elas descobrem, criam, inventam de maneira lógica

O texto de Batista (1995) está desatualizado quando se refere ao grande número de alunos repetentes que havia na época. Ele propõe soluções com isolamento e segregações separando alunos fortes de alunos fracos. Atualmente é inviável sua proposta, principalmente devido à inclusão escolar.

A avaliação de erros como abordagem de pesquisa e como metodologia de ensino, se for empregada em sala de aula com o objetivo de levar os alunos a questionarem suas próprias soluções está de acordo com as teses dos especialistas em ensino-aprendizagem citados. Ouvimos com frequência um ditado popular que diz: “errando é que se aprende”. Mas nem todas as pessoas interpretam o erro da mesma maneira e precisam estar disposta a rever sua prática, a se esforçar para mudar e necessitam de apoio nessa tarefa.

Nos primeiros anos do ensino fundamental os conteúdos de matemática só se relacionam ao domínio dos algoritmos básicos das quatro operações. Após, as dificuldades se acentuam, tornando-se sistemáticas e provocam um grande número de reprovações.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A REVISÃO DE LITERATURA

Seguir as pistas deixadas pelos erros dos alunos possibilita identificá-los e verificar a coerência das estratégias adotadas. Discutir o erro com os alunos permite investigar se ocorreu por medo, dificuldade de raciocinar, se o aluno não compreendeu as regras algorítmicas, se apenas seguiu o modelo ou ainda se analisou e confrontou o resultado.

A análise dos erros é um método de investigação que pode ajudar muito na compreensão da natureza dos erros referentes ao ensino e aprendizagem da matemática.

Em seu livro *“Análise dos erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos”*, Cury (2008), afirma que um texto matemático, produzido por um aluno, pode ser analisado, embasado em procedimentos sistemáticos para inferir conhecimentos sobre as formas com que ele construiu um determinado saber matemático. Conforme a autora, ao analisar as respostas dos alunos, o fundamental não é o acerto ou o erro em si, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que podem indicar dificuldades de aprendizagem. Nesse sentido, a análise dos erros é uma alternativa que pode contribuir no estudo das dificuldades encontradas na aprendizagem da Matemática, buscando-se conhecer as dificuldades para então criar alternativas que visem à superação.

O erro, concebido numa dimensão construtivista, configura-se como uma oportunidade didática para o professor. A análise detalhada dos erros possibilita obter uma dimensão mais ampla da aprendizagem que para Pinto (2000, p. 139) e isso se deve:

Em primeiro lugar, por ser um guia para um planejamento de ensino mais eficaz. Em segundo lugar, porque se observado com maior rigor, poderá oferecer novos elementos para o professor refletir sobre suas ações didáticas.

O erro, que era o sintoma visível do fracasso do aluno, já pode ser considerado como um guia para o acerto. Em sua obra, Pinto (2000) relata que a nova concepção do erro a partir dos fundamentos psicogenéticos é encontrada com mais profundidade, na literatura sobre o construtivismo. Essa teoria destaca a importância do erro no processo de desenvolvimento da criança e seu significado

para a apropriação dos conhecimentos escolares. Também ressalta que o erro, como elemento inerente ao processo de construção do conhecimento, pode ser uma estratégia didática valiosa para o professor.

A análise dos erros requer um trabalho mais rigoroso de busca e interpretação dos dados. O educador precisa refletir sobre o significado dos erros e acertos dos alunos, procurando entender os processos que estes utilizam na tentativa de aprender e buscar resolver as operações matemáticas. Isso é difícil porque exige novas reflexões e posturas, um bom referencial teórico e metodológico, além da busca de meios e instrumentos capazes de fundamentar as buscas e as ações.

No decorrer destes apontamentos sobre ensino-aprendizagem nos anos iniciais do ensino fundamental, foram encontrados muitos estudos sobre o tema da pesquisa e realizada uma seleção baseada em alguns critérios, especialmente que envolvessem o ensino de matemática até o 5º ano do ensino fundamental para torná-la mais rica e abrangente.

A pesquisa sobre o tema “Aprendizagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental”, com ênfase na análise de erros dos alunos, em diversos livros, artigos e trabalhos acadêmicos, foi esclarecedora e fundamental para a pesquisa de campo.

Aparentemente, o fracasso escolar seria resultado de uma inadequação entre os procedimentos utilizados no ensino e a complexidade da situação-problema. Ou seja, o aluno pode errar se não dispuser de boas ferramentas cognitivas ou de boas estratégias.

No entanto, na maioria dos textos, os autores e pesquisadores estudados levam a crer que uma boa aprendizagem exige um remanejamento dos conceitos anteriores. Ela depende de uma adequação, implica um tempo de atividades baseadas no recurso da tentativa e erro, num tempo que pode produzir insegurança.

Nessa concepção, as dificuldades dos aprendizes são consideradas normais e inevitáveis e só quem está com sérias e graves dificuldades de aprendizagem é o aluno que se preserva de todo conflito cognitivo, que não está motivado, que não encontra nada que justifique seu esforço, que não tem curiosidade nenhuma ou não é capaz de suportar a mínima frustração gerada pelas dificuldades normais que se apresentam.

A concepção do erro ao longo dos tempos foi sempre aceito sob o aspecto negativo, mas nas últimas décadas esse ponto de vista passou a ser questionado. As contribuições de vários educadores, estudiosos e pesquisadores têm sido significativas porque possibilitam repensar e reconsiderar a aprendizagem da matemática. Nessa concepção o erro passa a ser considerado como parte do processo de construção do conhecimento.

A metodologia da análise de erros é uma boa opção para trabalhar em sala de aula, pois o professor consegue identificar as dificuldades e até os motivos que levaram o aprendiz a errar. Muitas vezes os alunos vêm com dificuldades das séries anteriores e não conseguem avançar no conhecimento matemático.

Em pesquisas com análise de erros de cálculos entre estudantes dos cursos superiores tem sido constatado que as maiores dificuldades estão relacionadas a conteúdos do ensino fundamental, especialmente quanto aos conjuntos numéricos, suas operações e propriedades. Foi o caso da pesquisa realizada por Cury (2004) com calouros universitários. Foi aplicado um teste envolvendo conteúdos de Educação Básica que são pré-requisitos para a aprendizagem de noções de Cálculo Diferencial e Cálculo Integral e o resultado confirmou essa relação.

Os erros são sintomas que revelam o comportamento do aluno num momento e num contexto específico da aquisição de conhecimento. Antes de se analisar o erro é preciso questionar de que conhecimento se trata, se ele faz sentido para a criança e em que condição é transmitida a ela.

Os PCN afirmam e os estudiosos concordam que não há sentido em separar o aprendizado da vida cotidiana da realidade escolar. Ou seja, a criança não obterá sucesso se as atividades forem desenvolvidas de forma mecânica e sem vínculo com sua vida diária. Quanto mais próximo da realidade estiver o conteúdo, mais facilidade ela terá para internalizar noções e estabelecer relações.

Nessa perspectiva, a resolução de problemas pode propiciar resultados satisfatórios, porque o aluno deve ser sujeito ativo na busca de soluções, reconhecendo e identificando conceitos relacionados nas situações matemáticas com sua prática diária

A atividade com resolução de problemas não deve ser desenvolvida em um determinado momento, como ainda hoje vemos em alguns currículos, citado se fosse um conteúdo, e sim como uma oportunidade em todos os momentos na sala

de aula, indicando ao aluno como pensar matematicamente nas diversas situações. Para que esta atividade traga resultados é preciso observar vários fatores, tais como: mostrar aos alunos quais são os benefícios alcançados com o estudo deles; que seja uma atividade estimulante e enriquecedora e que o professor conheça bem este trabalho e principalmente os saberes nele envolvidos.

O aluno gosta de ser desafiado. Essa disposição deve ser aproveitada pelo professor e as aulas de matemática podem se transformar em momentos estimulantes, que exigem estratégias para a resolução das diversas situações-problemas. Não devemos apresentar questões apenas para verificar se os conteúdos foram fixados. Isso não avalia corretamente o assunto e contribui para desanimar a turma, já que a aula passa a ser um simples treino de técnicas e demonstrações.

Decorar conceitos, dados e fatos matemáticos não significa que eles foram apreendidos. A memória é apenas uma das muitas capacidades intelectuais das pessoas. O que leva ao saber é uma intrincada teia de ideias, não uma coleção de fatos prontos apresentados a ela. Os principais objetivos de qualquer processo educacional são ensinar a pensar, a construir alternativas e a desenvolver a inteligência. É permitir que o aprendiz transforme o pensamento em ação e a ação em movimento.

O erro, concebido numa dimensão construtivista possibilita obter uma dimensão mais ampla da aprendizagem. É importante analisar os erros, ir além de sua correção, buscar suas causas, prever seus desdobramentos e a partir daí recriar os métodos de ensino de matemática.

4 A PESQUISA PROPRIAMENTE DITA

Para identificarmos dificuldades que os alunos encontram ao realizar cálculos com os algoritmos convencionais das operações elementares e em situações problemas, decidimos aplicar os instrumentos de pesquisa na rotina em sala de aula de 4º e 5º anos para que resolvessem, individualmente, as atividades propostas.

Assim decidimos para não criar uma situação com condições específicas em que determinados condicionantes interferissem na atividade matemática deles. É na sala de aula que a atividade “matemática” escolar acontece. Pretendíamos identificar dificuldades que os alunos de 4º e 5º ano apresentavam na resolução de cálculos matemáticos, então a rotina da sala de aula era a melhor circunstância para essa observação. Não foi criada situação específica para a resolução das atividades, foi preservada a rotina dos alunos, sendo essa preservação um dos fatores para que fracionássemos o primeiro instrumento, o das contas armadas, em duas listas de exercícios.

Para melhor visualizar os resultados obtidos, agrupamos as análises por ano de aplicação dos instrumentos e não por ordem em que foram aplicados. Assim o fizemos porque este foi o movimento da análise relacional que efetuamos e porque, foi possível comparar o movimento de aprendizagem dos alunos. Deste modo, este capítulo está assim constituído:

Atividade I de 2013, 4º ano, corresponde à *Atividade I da Pesquisa*: 1ª aplicação da 1ª lista com 10 contas armadas do primeiro instrumento;

Atividade I de 2014, 5º ano, corresponde à *Atividade III da Pesquisa*: 2ª aplicação da 1ª lista com 10 contas armadas do primeiro instrumento;

Atividade II de 2013, 4º ano, corresponde à *Atividade II da Pesquisa*: 1ª aplicação da lista de exercícios com 9 contas armadas componentes do primeiro instrumento;

Atividade II de 2014, 5º ano, corresponde à *Atividade IV da Pesquisa*: 2ª aplicação lista de exercícios com 9 contas armadas componentes do primeiro instrumento;

Atividade III de 2014, 5º ano corresponde à *Atividade V da Pesquisa*: aplicação única de lista com 06 problemas que compõem o 2º instrumento.

ATIVIDADE I DE 2013 – 4º ano

Atividade I da pesquisa: 1ª aplicação da 1ª lista de exercícios com 10 contas armadas componentes do primeiro instrumento:

A primeira coleta de dados da pesquisa de campo foi realizada com 25 alunos do 4º ano em novembro de 2013. A atividade era composta por três operações de adição com e sem agrupamento na unidade, três de subtração sem recurso, duas de multiplicação por um algarismo no multiplicador e duas de divisão por um algarismo no divisor.

Os alunos realizaram as atividades individualmente em sala de aula sem intervenção da professora e com duração aproximada de 120 minutos. Os sujeitos foram identificados por letras do alfabeto da língua portuguesa. Para a análise qualitativa foram considerados apenas alunos que participaram de todas as atividades, nomeados por A, C, D, E, F, H, J, K, L, M, N, O. Para resolver a atividade aplicada o aluno poderia utilizar diferentes procedimentos de cálculo que dominasse. Após a resolução seria possível observar os procedimentos realizados por eles e compará-los para análise com a posterior resolução dos problemas.

Primeira lista de exercício do 1º instrumento: 10 contas armadas

- a) adição de dezenas e unidade, sendo a primeira parcela formada de dezenas e a segunda de unidades, sem reagrupamento ($73 + 4$);
- b) subtração de dezenas, com minuendo e subtraendo envolvendo dezenas, sem recurso ($68-24$);
- c) adição de centenas e dezenas, sendo a primeira parcela envolvendo centenas e a segunda parcela envolvendo dezenas, sem reagrupamento ($238+61$);
- d) subtração envolvendo dezenas e unidades, sendo o minuendo formado por dezenas e o subtraendo formado por unidades, sem envolver recurso ($86- 4$);
- e) adição de dezenas com reagrupamento da ordem da unidade para a ordem da dezena ($93+16$);
- f) subtração envolvendo centenas e dezenas, sendo o minuendo formado por centenas e o subtraendo formado por dezenas, sem recurso ($869-46$);

- g) multiplicação entre dezenas e unidades, sendo o multiplicando formado por dezenas e o multiplicador formado por unidade (57×8);
- h) multiplicação entre centenas e unidades sendo o multiplicando formado por centenas e o multiplicador formado por unidade (567×6);
- i) divisão de dezenas por unidades, formada por dezenas no dividendo e unidades no divisor ($86/4$);
- j) Divisão de centenas por unidades, formada por centenas no dividendo e unidades no divisor ($963/3$).

Análise da primeira atividade de 2013 – 4º ano

Atividade I da pesquisa: 1ª aplicação da 1ª lista de exercícios com 10 contas armadas componentes do primeiro instrumento

Com a resolução dos algoritmos convencionais pretendemos que os alunos demonstrassem se compreenderam e se apropriaram do processo de resoluções das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

O quadro nº 1 sistematiza o resultado da 1ª atividade/2013 pelos cálculos propostos e permitem visualizar os erros (E), os acertos (C) e as operações que não foram resolvidas (NF). Após visualização dos resultados das atividades percebemos que parte dos alunos dominava os algoritmos convencionais de adição e de subtração e outros tinham mais dificuldades nas operações de multiplicação e divisão.

O resultado foi o seguinte:

22/10/2013

Legenda **E-** errado **C –** certo **NR –** não resolveu

ALUNO	+	-	X	/
A	C	E	E	E
	E	E	E	E
	E	E	-----	-----
C	C	C	C	E
	C	C	E	C
	C	C	-----	-----
D	C	C	E	E
	C	C	E	E
	C	C	-----	-----
E	C	C	E	E
	E	C	E	E
	C	C	-----	-----
F	C	C	E	E
	C	C	E	E
	C	C	-----	-----
H	C	C	NR	NR
	C	C	NR	NR
	C	E		
J	C	C	E	E
	C	C	E	E
	C	C	-----	-----
K	C	C	E	NR
	C	C	E	NR
	C		-----	-----
L	C	C	E	E
	C	C	C	E
	E	C	-----	-----
M	C	C	E	E
	C	C	E	E
	C	E		
N	C	C	E	C
	C	C	E	C
	C	C	-----	-----
O	C	C	E	E
	C	C	E	C
	C	C	-----	-----

Quadro 3 – Resultado da 1ª atividade/2013

Fonte: A autora

Entre as trinta e seis operações de adição (três para cada aluno), quatro erraram (11%). Nos cálculos de subtração (três para cada aluno) cinco erraram (14%). Na multiplicação, os erros foram muitos, em vinte e quatro cálculos, foram vinte erros (80%), dois acertos e dois cálculos não foram feitos. Nas operações de divisão, foram dezesseis erros, quatro acertos e quatro não foram feitos.

Analisar os erros é um método de investigação que pode ajudar muito na compreensão da natureza dos erros nas respostas dos alunos. Portanto ao analisar os erros dos alunos seguiremos a interpretação de Cury (2008) quando

afirma que ao analisar as respostas dos alunos, o fundamental não é o acerto ou o erro em si, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento que pode indicar dificuldades de aprendizagem.

A seguir, apresentamos exemplos da análise realizada com os dados obtidos pelas soluções dos alunos.

Aluno E:

O aluno inverteu a operação, subtraiu os valores ao invés de somá-los.

✓ Neste exemplo pode ser que o aluno não compreenda os sinais de cálculo ou não domina o processo de resolução, pois subtraiu o valor maior do menor não respeitando a posição do algarismo ($6-3=3$).

$$\begin{array}{r} 93 \\ +16 \\ \hline 83 \end{array}$$

Aluno E

Aluno B:

✓ O aluno errou no processo de resolução do algoritmo da adição, somando indevidamente a unidade da 2ª parcela com a dezena da 1ª parcela ($7+4=11$). Interpretamos que não domina totalmente o algoritmo.

$$\begin{array}{r} 73 \\ +4 \\ \hline 117 \end{array}$$

Aluno B

Aluno A

✓ Supomos que este aluno ainda não compreendeu o processo de agrupamento e as trocas necessárias para o registro algorítmico, pois houve a omissão do “1” para formar a centena na resposta, e colocou “1” sobre a dezena.

Não descartamos a hipótese para este procedimento de que o aluno tenha somado ($9 + 1 = 10$) corretamente e no momento de escrever o resultado tenha se distraído, mas achamos improvável que tenha acontecido.

$$\begin{array}{r} 93 \\ +16 \\ \hline 09 \end{array}$$

Aluno A

Aluno A

Percebemos que o aluno errou no momento de subtrair a unidade ($8 - 4 = 5$), o que podemos considerar como falta de atenção, pois ao subtrair a dezena ele acertou. No segundo exemplo entendemos que como não tinha valor explícito para subtrair da centena “8”, colocou zero na resposta indicando ter feito ($8 - 0 = 8$) ou, simplesmente, registrado “0” por não haver subtração a calcular.

$$\begin{array}{r} 68 \\ -24 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 869 \\ -46 \\ \hline 023 \end{array}$$

Aluno A

Aluno B

Pela resposta percebemos que este aluno misturou as operações, diminuindo as unidades, somando as dezenas e diminuindo a dezena da centena porque o subtraendo é formado por 2 algarismos e o minuendo por 3. Ele demonstrou não compreender o algoritmo ou não dominar o processo e até nem o significado dos sinais de cálculo.

$$\begin{array}{r} 869 \\ -46 \\ \hline 403 \end{array}$$

Aluno B

Aluno E

Observamos que o aluno domina o algoritmo, utilizou transporte ou reserva dos algoritmos corretamente, mas falta-lhe a memorização da tabuada.

$$\begin{array}{r} 6 \\ 57 \\ \times 8 \\ \hline 723 \end{array}$$

Aluno E

Aluno D

Observamos também que o erro deste aluno pode ter sido por esquecimento ou acréscimo indevido da reserva, agrupamentos e trocas no registro algorítmico.

$$\begin{array}{r} 5 \\ 57 \\ \times 8 \\ \hline 406 \end{array}$$

Aluno D

Aluno J

Neste caso o aluno acertou o resultado das multiplicações, porém ($7 \times 8 = 56$) elevou a unidade “6 e repetiu o procedimento em ($7 \times 6 = 42$) ao elevar a unidade “2” e em ($6 \times 6 = 36$ e $36 + 2 = 38$) ao elevar o a unidade “8”. Neste caso o aluno errou no processo algorítmico da multiplicação.

$$\begin{array}{r} 6 \\ 57 \\ \times 8 \\ \hline 465 \end{array} \quad \begin{array}{r} 82 \\ 567 \\ \times 6 \\ \hline 3834 \end{array}$$

Aluno J

Aluno G

Nesta operação o aluno acertou a divisão ($8:4$), mas quando foi dividir ($6:4$),

colocou como quociente o 3 no resultado que seria 1 e sobraria resto 2. Não descartamos a possibilidade de ter ocorrido falta de atenção do aluno, pois acertou a divisão (8:4) e errou a divisão (6:4). No entanto percebemos que faz (2x4=8) e (2x3=6) multiplicando os valores do quociente (2X3) para obter o necessário “6” para a divisão ser exata. A repetição desse tipo de procedimento de cálculo é que permite considerar que o aluno não domina o algoritmo da divisão.

$$\begin{array}{r} 864 \\ -3 \overline{)23} \\ \underline{06} \\ \underline{06} \\ 0 \end{array} \quad \times$$

Aluno G

Aluno J

Nestas operações o aluno parece ter ideia mecânica do processo pelo modo como organiza os números no algoritmo, mas não tem domínio algum da sua resolução. Colocou no quociente valores quaisquer e subtraiu o dividendo por ele mesmo, obtendo uma divisão exata.

$$\begin{array}{r} 864 \\ -864 \\ \hline 000 \end{array} \quad \times \qquad \begin{array}{r} 963 \\ -963 \\ \hline 000 \end{array} \quad \times$$

Aluno J

ATIVIDADE I DE 2014 – 5º ano

Atividade III da Pesquisa: 2ª aplicação da 1ª lista de exercícios com 10 contas armadas componentes do primeiro instrumento

No segundo semestre de 2014 foram aplicadas as mesmas atividades do

primeiro instrumento para alunos do 5º ano que em 2013 estavam no 4º ano. Dos 25 alunos do 5º ano, 17 eram os mesmos que participaram em 2013. Assim foi possível observar o desempenho dos alunos do 5º ano pelas suas respostas, e compará-las com o ano anterior.

Comparando os resultados das duas fases, percebemos que alguns alunos, mesmo depois de um ano, ainda tinham dificuldades, ou seja, cometeram erros iguais ou semelhantes aos anteriores demonstrando que ainda não dominavam totalmente os procedimentos algorítmicos.

Na análise relativa à segunda aplicação do instrumento em 2014 para os alunos do 5º ano da primeira lista de atividades do primeiro instrumento da pesquisa, percebemos que alguns alunos não adquiriram satisfatoriamente os conceitos matemáticos e seus procedimentos algorítmicos tendo aprendido as quatro operações aritméticas fundamentais sem compreender o que estão fazendo, pois continuam a cometer muitos erros. Cabe-nos então questionar sobre o sentido do aprender. Em alguns momentos nos perguntamos se os alunos não compreendem apenas o procedimento de resolução dos cálculos algoritmos convencionais ou se, na verdade, não desenvolveram as ideias conceituais das próprias operações. Temos consciência de que o acerto de resoluções algorítmicas não garante o domínio dos conceitos matemáticos, ou seja, de que desenvolveram o pensamento aditivo e o multiplicativo.

Segundo os PCN (1998, p. 37), com que concordamos,

“[...] a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não aprendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos.”

Nesta etapa da escolaridade, 4º ano e 5º ano, os alunos deveriam ter a compreensão dos algoritmos convencionais para cálculos de adição e subtração. Quanto à multiplicação e divisão, também seria fundamental que eles dominassem o processo, mas a porcentagem de erros demonstra que há considerável falta de domínio do processo. O quadro nº 4 sistematiza o resultado da primeira atividade/2014 (correspondente à aplicação da primeira lista de atividades realizada em 2013 quando estavam no 4º ano) e permite comparar as respostas dos alunos pesquisados diante da tarefa de resolver as mesmas operações de 2013. O resultado foi o seguinte:

25/09/2014

Legenda E - errado C – certo NR – não resolveu

ALUNO	+	-	X	/
A	C	E	E	E
	C	C	E	E
	C	C	-----	-----
C	C	C	E	C
	C	C	E	C
	C	C	-----	-----
D	C	C	E	C
	C	C	C	C
	E	C	-----	-----
E	C	C	C	E
	C	C	E	E
	C	C	-----	-----
F	C	C	C	E
	C	C	E	C
	C	C	-----	-----
H	C	C	C	C
	C	C	C	C
	C	C	-----	-----
J	C	C	C	C
	C	C	E	C
	C	C	-----	-----
K	C	C	C	C
	C	C	C	C
	C	C	-----	-----
L	C	C	C	C
	C	C	C	C
	C	C	-----	-----
M	C	C	C	C
	C	C	E	C
	C	C	-----	-----
N	E	C	C	E
	C	C	E	C
	C	C	-----	-----
O	C	C	C	C
	C	C	C	E
	C	C	-----	-----

Quadro 4 – Resultado da 1ª atividade/2014

Fonte: A autora

Análise da primeira atividade de 2014 – 5º ano

Atividade III da Pesquisa: 2ª aplicação da 1ª lista de exercícios com 10 contas armadas componentes do primeiro instrumento.

Nas operações de adição, apenas dois alunos erraram nos cálculos.

Na subtração apenas um aluno errou, somou ao invés de subtrair.

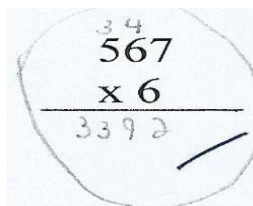
Na multiplicação, ocorreram dez erros em vinte e quatro operações, perto de 40%. Dos dez alunos que erraram uma ou as duas operações de multiplicação, supõe-se que tenha sido por não compreenderem ou não dominarem ainda o processo, enquanto os outros erros podem ser por não terem memorizado a tabuada ou ainda por razões pontuais que interferiram no momento.

Com relação à divisão, verificaram-se sete erros em vinte e quatro operações (29%). Dos sete alunos que cometeram erros, só dois erraram a tabuada, a maioria errou no processo resolutivo. Um aluno acertou o procedimento da divisão, mas errou na subtração; dois erraram ao posicionar os números para continuar a resolução e outro inicia corretamente, mas demonstrou falta de compreensão do processo para finalizar o cálculo.

Comparando a segunda atividade com a primeira em que as operações eram as mesmas, houve um avanço no número de acertos, passando de 80% para 45% o percentual de erros, que consideramos alta ainda para o 5º ano. Observamos que os alunos ampliaram a compreensão da técnica dos algoritmos. Segue a análise da atividade III da pesquisa.

Aluno N

Neste caso percebemos que o aluno pode ter acertado a tabuada, mas errou ao agrupar os valores da reserva para obtenção da soma ($6 \times 7 = 42$, $6 \times 6 = 36$ e $36 + 4 = 39$, $6 \times 5 = 30$ e $30 + 3 = 36$). Outra hipótese é a de que pode ter errado a tabuada, pois acertou os procedimentos algorítmicos.



$$\begin{array}{r} 34 \\ 567 \\ \times 6 \\ \hline 3392 \end{array}$$

Aluno N

Aluno P

Neste caso temos duas possibilidades de erro. Não domínio do algoritmo ou erro de tabuada

Observamos que o aluno fez ($6 \times 6 = 36$), multiplicando a unidade do multiplicador pela dezena do multiplicando inicialmente. Seguiu fazendo ($6 \times 5 = 30$ e $30 + 3 = 33$) multiplicado unidade do multiplicador pela centena do multiplicando. No entanto, registra a dezena 9 no produto sem que identifiquemos o que fez. Pode ter somado 6 com 3, mas isso é uma hipótese que não podemos afirmar.

Outra possibilidade é o aluno ter errado a tabuada ($6 \times 7 = 36$), visto que os demais procedimentos estão corretos ($6 \times 7 = 36$, $6 \times 6 = 36$ e $36 + 3 = 39$, $6 \times 5 = 30$ e $30 + 3 = 33$), encontrando o produto 3396 e não 3402

$$\begin{array}{r} 567 \\ \times 6 \\ \hline 3396 \end{array}$$

Aluno P

Aluno E

Na tentativa de resolução percebemos que o aluno iniciou corretamente e na sequência demonstrou falta de compreensão do processo para finalizar o cálculo.

$$\begin{array}{r} 864 \\ \div 20 \\ \hline 43 \text{ R } 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9633 \\ \div 30 \\ \hline 321 \text{ R } 3 \end{array}$$

Aluno E

Aluno J

Percebemos que este aluno iniciou o processo de resolução do primeiro algarismo, mas na sequência errou a divisão dos algarismos 6 e 3. Ele dividiu 963 por 3, obteve 30 como resposta, cuja resposta correta seria 321

$$\begin{array}{r} 963 \overline{) 3} \\ \underline{30} \\ 60 \\ \underline{60} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

Aluno J

ATIVIDADE II DE 2013 – 4º ano

Atividade II da Pesquisa: 1ª aplicação da Lista de exercícios com 9 contas armadas componentes do primeiro instrumento

A segunda atividade da pesquisa de campo corresponde à segunda lista de atividades do primeiro instrumento que foi aplicado no segundo semestre de 2013 para os mesmos alunos do 4º ano que tinham realizado a primeira atividade. Foram apresentadas nove operações (três adições, duas subtrações, duas multiplicações e duas divisões) incluindo algoritmos convencionais de adição com agrupamento, subtração com recurso, multiplicação por dois algarismos no multiplicador e divisão também por dois algarismos no divisor. Os alunos realizaram a atividade individualmente em sala de aula.

Segunda lista de exercício do 1º instrumento: 09 contas armadas

Nesta lista de exercícios foram apresentadas três operações de adição, duas de subtração, duas de multiplicação e duas de divisão.

- a) adição de dezenas e unidades, sendo a primeira parcela formada por dezenas e a segunda parcela formada por unidades, com reagrupamento (78+6);
- b) adição de dezenas, sendo a primeira e a segunda parcela formada por dezenas, com reagrupamento (67+23);

- c) subtração de centenas com recurso da ordem da unidade para a ordem da dezena ($345 - 126$);
- d) subtração de dezenas, com recurso da ordem da unidade para a ordem da dezena ($85 - 76$);
- e) da dezena ($85 - 76$);
- f) adição de centenas com reagrupamentos sucessivos da ordem das unidades para dezenas e da ordem das dezenas para centenas. ($567 + 238$);
- g) multiplicação entre dezenas (74×36);
- h) multiplicação entre centenas e dezenas, sendo o multiplicando formado por centenas e o multiplicador formado por dezenas (786×34);
- i) divisão entre dezenas, sendo o dividendo e o divisor formado por dezenas ($99/16$);
- j) divisão envolvendo centenas e dezenas, sendo o dividendo formado por centenas e o divisor formado por dezenas ($864/1$).

Análise da segunda atividade de 2013– 4º ano

Atividade II da Pesquisa: 1ª aplicação da Lista de exercícios com 9 contas armadas componentes do primeiro instrumento.

Na subtração as dificuldades apresentadas ocorreram em grande parte quando algum número do subtraendo era maior que algum do minuendo, onde era necessário transformar uma dezena em dez unidades, por exemplo, para serem acrescidas ao valor da unidade já existente.

Nas multiplicações com dezenas e centenas foram introduzidas as contas com reserva. Também divisões entre dezenas ou entre centenas e dezenas evidenciaram significativa dificuldade por parte dos alunos.

O quadro número 6 sistematiza o resultado da segunda atividade do ano 2013 e permite visualizar a quantidade de erros, acertos e os cálculos que não foram feitos. Como na primeira atividade, a quantidade de erros nos cálculos de adição foi menor, na subtração aumentaram consideravelmente e foram muitos na multiplicação e na divisão. Na divisão ocorreu que um grande número de alunos não resolveu. O resultado foi o seguinte:

25/11/2013

Legenda: E - errado

C – certo

NR – não resolveu

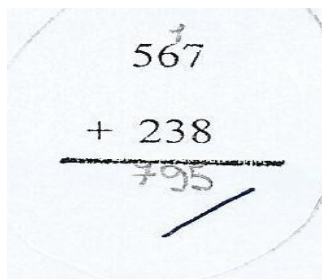
ALUNO	+	-	X	/
A	E	E	E	NR
	C	E	E	NR
	C	-----	-----	-----
C	C	E	E	E
	C	C	E	E
	C	-----	-----	-----
D	E	E	NR	E
	C	E	NR	E
	E	-----	-----	-----
E	C	E	E	E
	C	E	E	NR
	E	-----	-----	-----
F	C	E	E	NR
	C	E	E	NR
	E	-----	-----	-----
H	C	E	E	E
	C	E	E	NR
	C	-----	-----	-----
J	C	E	E	E
	E	E	E	E
	E	-----	-----	-----
K	C	C	C	C
	C	C	E	C
	C	-----	-----	-----
L	C	C	E	C
	C	C	E	E
	C	-----	-----	-----
M	C	E	E	E
	C	E	E	NR
	C	-----	-----	-----
N	C	C	C	C
	C	C	C	C
	C	-----	-----	-----
O	C	E	E	C
	C	E	C	C
	C	-----	-----	-----

Quadro 5 – Resultado da 2ª atividade/2013

Fonte: A autora

Aluno A

Supomos que os erros foram devidos à falta de atenção, pois esqueceu a reserva da dezena e resolveu corretamente a adição.

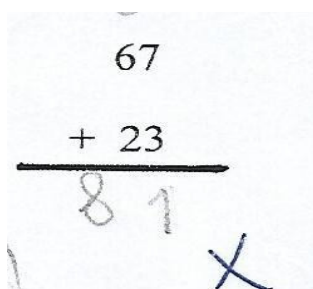


$$\begin{array}{r} 567 \\ + 238 \\ \hline 795 \end{array}$$

Aluno A

Aluno J

Supomos que o aluno ainda não havia compreendido o processo de reagrupamento ou foi falta de atenção, pois elevou o “0”, deixou o “1” na dezena e esqueceu de acrescentar a reserva na casa da dezena.



$$\begin{array}{r} 67 \\ + 23 \\ \hline 81 \end{array}$$

Aluno J

Na subtração a incidência de erros foi de 65%. Entre os erros encontramos os que apresentamos a seguir.

Aluno D

Nas duas operações observamos que foi subtraído “5” de “6”, ou seja, o “menor do maior”, não respeitando procedimento algorítmico entre minuendo e subtraendo. De fato, é real a tendência dos alunos subtraírem o número menor do maior quando se trata de subtração, qualquer que sejam minuendo e subtraendo. Percebemos que esta atitude se repete quando os alunos estão frente a um enunciado de problemas e simplesmente operam deste modo, subtraindo o valor

menor do valor maior.

$$\begin{array}{r} 85 \\ - 76 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 345 \\ - 126 \\ \hline 221 \end{array}$$

Aluno D

Nas operações de multiplicação, 70% das respostas estavam erradas, 8% não resolveram e 22% das operações estavam certas.

Identificamos que os erros ocorreram por falta de atenção, de memorização da tabuada, de domínio do procedimento algorítmico, com casos de ocorrência simultânea deles. Alguns alunos só começaram o cálculo, fizeram a primeira parcela e não terminaram. Alguns erros são tão confusos que não se conseguimos analisar, nem identificar o que o aluno tentou fazer.

Aluno C

Este aluno demonstrou que não automatizou ou não compreendeu o processo do cálculo algorítmico e não memorizou a tabuada.

$$\begin{array}{r} 74 \\ \times 36 \\ \hline 2537 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 786 \\ \times 34 \\ \hline 27284 \end{array}$$

Aluno C

Os erros encontrados nas operações de divisão chegaram a 43%, não fizeram 27% deles e os acertos correspondem a 30 %

Foram encontrados vários tipos de erros na análise das divisões. Supomos que foi devido ao não domínio do algoritmo, pois houve alunos que começaram a fazer os cálculos e não terminaram. Alguns alunos ainda não haviam memorizado a tabuada, outros reproduziram de forma errada a resposta da operação. É interessante observar que alguns alunos não sabiam resolver, mas não desistiram do cálculo fizeram várias tentativas até mesmo inverteram valores. Outra tentativa comum foi encontrar quantas vezes o quociente “cabia dentro do dividendo”,

multiplicando o quociente no borrão, por vários números. É um caminho mais demorado e que só dá certo se o aluno souber o que fazer com o número encontrado e, ainda, se multiplicar certo. Segue exemplo de análises de cálculo.

Aluno D

Este aluno fez várias tentativas, porém supomos que ele não domina o processo de divisão.

Aluno D

ATIVIDADE II DE 2014 – 5º ano

Atividade IV da Pesquisa: 2ª aplicação Lista de exercícios com 9 contas armadas componentes do primeiro instrumento

A mesma atividade foi aplicada no segundo semestre de 2014, com os alunos que participaram das atividades anteriores e que no momento estavam no 5º ano. No decorrer de um ano imaginava-se que, pela prática matemática escolar, houvesse melhor desempenho na aprendizagem.

O quadro 6 apresenta o resultado da segunda atividade do ano de 2014. Observamos que houve avanços, as dificuldades com adição e subtração reduziram significativamente e os erros de multiplicação e divisão também diminuíram. No entanto, ainda é alto o número de erros ao final do 5º ano. Na multiplicação e na divisão a quantidade de erros indica que os alunos terminam os anos iniciais sem o domínio do cálculo pelo algoritmo convencional das operações aritméticas elementares. O resultado foi o seguinte:

25/09/2014

Legenda E - errado C – certo NR – não resolveu

ALUNO	+	-	X	/
A	C	C	E	E
	C	C	E	E
	E	-----	-----	-----
C	C	C	C	C
	C	C	C	C
	C	-----	-----	-----
D	E	C	C	C
	C	C	E	C
	C	-----	-----	-----
E	C	E	E	C
	E	E	C	C
	C			
F	C	C	E	E
	C	C	E	E
	C	-----	-----	-----
H	C	C	C	E
	C	C	E	E
	C	-----	-----	-----
J	C	E	E	C
	C	C	E	C
	E	-----	-----	-----
K	C	C	C	C
	C	C	E	E
	C	-----	-----	-----
L	C	C	C	C
	C	C	E	C
	C	-----	-----	-----
M	C	C	E	C
	E	C	E	C
	C	-----	-----	-----
N	C	C	C	C
	C	C	E	C
	C	-----	-----	-----
O	C	C	C	C
	C	C	C	C
	C	-----	-----	-----

Quadro 6 – Resultado da 2ª atividade/2014

Fonte: A autora

Análise da segunda atividade de 2014 – 5º ano

Atividade IV da Pesquisa 2ª aplicação Lista de exercícios com 9 contas armadas componentes do primeiro instrumento

Após a correção das operações de adição, apenas quatro se apresentaram incorretas. Percebemos que dois alunos somaram errado e outro trocou o sinal. Supomos que tenha sido por desatenção, ou ainda pode ter se confundido no

processo de agrupamento. Também na subtração encontramos erros no desenvolvimento do algoritmo, entre eles subtrair o minuendo do subtraendo ao verificar a impossibilidade de subtrair o valor maior do menor.

Aluno A

Realizou o procedimento algorítmico, mas esqueceu o “vai um” na reserva e não adicionou.

$$\begin{array}{r} 567 \\ + 238 \\ \hline 795 \end{array}$$

Aluno A

Aluno D

Este aluno fez a subtração dos algarismos da unidade apenas observando a possibilidade de subtrair o menor do valor maior.

$$\begin{array}{r} 85 \\ - 76 \\ \hline 11 \end{array}$$

Aluno D

Aluno J

Percebemos que este aluno começou subtraindo e depois somou os outros algarismos. Usou a adição indevidamente neste cálculo.

$$\begin{array}{r} 345 \\ - 126 \\ \hline 459 \end{array}$$

Aluno J

Na multiplicação encontramos vários erros nas operações apresentadas e treze acertos (pouco mais de 53%). Entre os erros encontramos o de um aluno que posicionou errado a multiplicação do segundo algarismo do multiplicador para adicionar ao primeiro, não deixou a casa da unidade vazia, além de incorreções com adição e falta de memorização da tabuada. O maior número de erros continuou sendo quanto ao domínio do algoritmo.

Aluno J

Acertou as multiplicações ($786 \times 4 = 3144$) e ($786 \times 3 = 2358$) e a adição dos resultados obtidos ($3144 + 2358 = 5502$). Esta resolução é interessante porque ao acertar as multiplicações e a adição de seus resultados, evidencia que, embora no 5º ano, não compreendeu o procedimento algorítmico da multiplicação tampouco o significado do algoritmo e da própria multiplicação ao realizar (786×3) e não (786×30), fato verificável no posicionamento do resultado 2358.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 786 \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{r}
 \times 34 \\
 \hline
 3144 \\
 + 2358 \\
 \hline
 5502
 \end{array}
 \end{array}$$

Aluno J

Entre as operações de divisão propostas, houve sete erros (pouco mais de 30%) e dezessete acertos (pouco mais de 70%). A maioria dos erros foi semelhante ou igual aos erros da atividade realizada anteriormente com as mesmas operações, só que com menor incidência. E como na primeira vez muitos não fizeram os cálculos. Desta vez foi possível analisar melhor as dificuldades.

Percebemos que apenas três alunos calcularam corretamente a operação $864/12$, conforme o aluno J que encontrou como quociente 342 não sendo possível identificar o procedimento realizado por ele.

Aluno J

O quociente encontrado não corresponde ao resultado da operação, não sendo possível entender como ele encontrou o resultado.

$$\begin{array}{r}
 864 \overline{)12} \\
 \underline{-84} 2 \\
 024 \\
 \underline{-24} \\
 00
 \end{array}$$

Aluno J

Aluno D

Comparando a resolução deste aluno nas duas atividades que ele participou percebemos que aprendeu o procedimento do algoritmo.

$$\begin{array}{r}
 99 \overline{)16} \\
 \underline{96} 6 \\
 03
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 864 \overline{)12} \\
 \underline{-84} 72 \\
 024 \\
 \underline{-24} \\
 00
 \end{array}$$

Aluno D

Após análise dos cálculos realizados pelos alunos percebemos que muitos alunos melhoraram seu desempenho no decorrer de um ano. De um ano para outro houve avanço na resolução dos cálculos propostos. Muitos deles não tentavam resolver as questões ou deixaram sem terminar. Na segunda atividade observamos que alguns entenderam o processo, pois o número de erros reduziu, mas não significa que tenham compreendido o esperado ao final do 5º ano.

ATIVIDADE III DE 2014 - 5º ano

Atividade V da Pesquisa: aplicação única de lista com 06 problemas que compõem o 2º instrumento

A resolução de problemas na perspectiva da metodologia de ensino de

matemática deve ser o ponto chave para o desenvolvimento dos conteúdos curriculares, pois propiciam um cenário de investigação que induz á compreensão dos conteúdos matemáticos em uma perspectiva conceitual e não apenas reprodutivista e mecânica. Incentivam a criação de estratégias para a resolução das situações propostas nos enunciados, o que possibilita que os alunos estabeleçam relações entre o conteúdo matemático estudado e situações do cotidiano, colaborando para que a matemática seja atraente e desafiadora.

Polya (1994) afirma que a resolução de problemas foi a coluna vertebral da instrução matemática desde o Papiro de Rhind. Isso quer dizer que a resolução de problemas sempre existiu na matemática aplicada, depois como exercício e na atualidade é visto como uma tendência metodológica para os conteúdos escolares indicada nos PCN. Tendo isso em mente, nos perguntamos se, no contexto de nossa pesquisa, faria sentido propormos problemas para serem resolvidos pelos nossos sujeitos da pesquisa. As justificativas apresentadas por Polya, por outros pesquisadores e pelos próprios PCN nos motivaram a propô-los para verificarmos se os alunos acertariam ou não mais cálculos, se apresentariam estratégias diferentes de cálculos e se acertariam em maior número as contas armadas, por estarem em contexto de resolução de problema.

A literatura indica que a atividade com situações problemas pode ultrapassar o limite da resolução e proporcionar a oportunidade de os alunos aprenderem a propor problemas, a conhecer técnicas diferentes, a compreender uma situação e perceber que a resolução é muito importante para que a aprendizagem se efetive. A significação matemática pode acontecer pela experiência no momento em que o aluno tenha que identificar o conceito que resolverá o problema, e o resolva (Guérios, 2002). Muitas vezes, resolver um problema requer que o aluno organize os dados de forma adequada, ou seja, na linguagem matemática. Polya (1994) sugere etapas, ou passos, para o processo de resolução de problemas, que são:

- 1- Compreender o problema.
- 2- Elaborar um plano.
- 3- Executar o plano.
- 4- Fazer a verificação ou retrospecto.

Em cada etapa o professor pode fazer questionamentos ou considerações que ajudem os alunos nas resoluções. Essas etapas organizam o processo da

resolução porque levam o aluno a estruturar a própria resolução, evitando o fazer conta por fazer. A etapa de retrospecto, ou verificação é a oportunidade para o aluno verificar o sentido matemático da resposta que obteve. Se não tiver sentido, poderá rever o cálculo efetuado, no nosso caso, o resultado da conta, e rever seu procedimento algorítmico, situação em que os erros revelam se houve ou não a compreensão pelos alunos.

Decidimos, então, incorporar problemas para serem resolvidos como instrumento de coleta de dados empíricos. Esta fase da pesquisa de campo foi importante para analisar os erros cometidos pelos alunos do 5º ano durante a resolução de diferentes problemas envolvendo as quatro operações aritméticas. Neste 2º instrumento foram escolhidas seis operações que os alunos já haviam resolvidos em 2013 e 2014 nas atividades do 1º instrumento e lhes foram criados enunciados, alguns relacionados a situações vividas diariamente pelos alunos para que, conforme a literatura estudada, os alunos pudessem compreender a situação apresentada e identificassem a operação matemática que resolveria o problema. Foram escolhidas duas operações da primeira atividade e quatro da segunda por serem mais complexas e eles teriam também a necessidade de interpretar a situação.

Os problemas foram aplicados aos vinte e quatro alunos do 5º ano, (um aluno faltou nesse dia) no final do segundo semestre de 2014.

As operações utilizadas para elaboração dos enunciados foram:

- a) $68-24 =$ da primeira atividade;
- b) $869-46 =$ da primeira atividade;
- c) $864/12 =$ da segunda atividade;
- d) $74 \times 36 =$ da segunda atividade;
- e) $567+238 =$ da segunda atividade;
- f) $345-126 =$ da segunda atividade.

São, portanto, adição com reserva, subtração sem agrupamento e com recurso, multiplicação e divisão com dois algarismos. A isso foram acrescentadas as dificuldades de ter que interpretar o enunciado do problema, além dos zeros acrescentados quando se trata de quantias (dinheiro).

Lista de exercícios do 2º instrumento: 6 enunciados de problemas

Atividade V da Pesquisa: aplicação única de Lista com 06 problemas que compõem o 2º instrumento

1) A casa de Gabriel tem 68 metros de frente, a casa de Leonardo tem 24 metros de frente. Quantos metros a casa de Gabriel tem a mais que a de Leonardo?

2) Sara anda 869 metros até chegar à escola, Bianca anda 46 metros. Quanto metros Sara anda até chegar a casa de Bianca?

3) O pai de Luana comprou uma televisão por R\$864,00. A loja parcelou em 12 vezes. Qual o valor que o pai de Luana irá pagar em cada parcela?

4) A turma do 5º ano da Professora Márcia programou um passeio. Os 36 alunos confirmaram a ida ao passeio. Cada aluno deverá pagar R\$74,00 para as despesas de alimentação e transporte. Qual o valor que será gasto neste passeio?

5) A mãe de Ana vende roupas. Na primeira quinzena de setembro ela vendeu R\$567,00, na segunda quinzena ela vendeu R\$238,00. Quanto ela vendeu no mês de setembro?

6) A calçada que contorna a praça próxima da escola tem 345 metros e está sendo reformada. Mas as chuvas impediram que a obra continuasse, e até o momento foram feitos apenas 126 metros. Quantos metros faltam para finalizar a reforma?

Análise da terceira atividade de 2014

Atividade V da Pesquisa: aplicação única de Lista com 06 problemas que compõem o 2º instrumento.

Dos vinte e quatro alunos aos quais foram aplicados os problemas (um deles faltou à aula nesse dia), nem todos haviam participado de todas as atividades anteriores, porque estavam em outra turma ou outra escola. Alguns participaram de uma ou duas, outros de nenhuma, e outros de todas. Faremos a seguir uma análise geral, abrangendo o resultado dos vinte e quatro alunos envolvidos.

Após análise verificamos que:

- a) Quatro alunos acertaram todos os problemas.
- b) Cinco alunos erraram um problema;

- c) Quatro alunos erraram dois problemas;
- d) Dois alunos erraram três problemas;
- e) Quatro alunos erraram quatro problemas;
- f) Quatro alunos erraram cinco problemas;
- g) Um aluno errou todos os problemas.

Modalidades de erros por problemas

Problema	Total de erros	Erros de interpretação	Erros de cálculo
1º	13	13	-
2º	05	03	02
3º	12	05	07
4º	13	06	07
5º	09	04	05
6º	09	04	05

Quadro 7– Modalidade dos erros dos problemas

Fonte: A autora

Houve treze interpretações erradas do enunciado do primeiro problema em que os alunos somaram os números apresentados, ao invés de subtrair, provavelmente devido à frase “tem a mais” e à falta de atenção no momento da leitura.

Das cento quatro operações matemáticas envolvidas (seis para cada um dos vinte e quatro alunos, referindo-se a participação de toda a classe) ocorreram sessenta e um erros no total o que equivale a pouco mais de 42% e oitenta e três acertos, pouco mais de 57%, incluindo os erros de interpretação do enunciado do problema e ou de compreensão da técnica, do mecanismo das operações (cálculos), entre outros.

O maior número de erros de cálculos ocorreu nas operações dos problemas 3, 4, 5 e 6 todos apresentados na 2ª atividade de 2013 e repetidos em 2014.

Apenas doze alunos participaram de todas as cinco atividades: a primeira atividade realizada no segundo semestre de 2013 e repetida no segundo semestre de 2014; a segunda atividade realizada no segundo semestre de 2013 e repetida no segundo semestre de 2014 e a atividade com situações problemas, realizada no final do segundo semestre de 2014 porque estavam em outra turma ou mudaram

de escola.

A atuação desses alunos na atividade de problemas foi à seguinte:

Problemas: 1, 2, 3, 4, 5 e 6: número dos problemas

ALUNO	1	2	3	4	5	6	OBSERVAÇÕES
A	E	C	E	E	E	E	Apresentou erros de interpretação e de cálculos
C	E	C	C	C	C	E	Erro de interpretação
D	E	C	C	C	E	C	Erros de interpretação e desatenção
E	E	C	E	E	C	E	Erros de interpretação e de cálculo
F	C	E	E	E	C	C	Interpretou corretamente, errou nos cálculos
H	E	C	E	E	E	E	Dificuldades nas operações, mas principalmente na interpretação
J	E	C	C	C	E	C	Interpretação errada e desatenção
K	C	C	E	C	C	C	Interpretação errada
L	E	C	C	C	C	C	Interpretação errada
M	E	C	E	E	C	E	Erros de interpretação e cálculo
N	C	C	C	E	C	C	Desatenção, acertou, mas errou a passar o resultado
O	E	C	C	E	E	E	Erros de interpretação e cálculo

Quadro 8 – Observação dos problemas.

Fonte: A autora

Análise comparativa de todas as atividades

Os alunos que participaram de todas as cinco atividades da pesquisa evoluíram nos cálculos e na resolução das operações, embora apresentem um desempenho tímido para o final do 5º ano do Ensino Fundamental. No entanto, nas situações problemas, praticamente todos erraram na interpretação dos enunciados, especialmente trocando os sinais das operações devidos a esse fato.

Na análise dos resultados dos doze alunos, o número de operações foi setenta e duas (seis para cada participante) e ocorreram trinta e três erros (quase 46%) e trinta e nove acertos (54%).

O quadro a seguir apresenta o índice de acertos e erros dos doze alunos que participaram de todas as atividades. Refere-se às seis operações matemáticas envolvidas nas situações problemas que foram resolvidas em 2013 e 2014. Produzimos este quadro para que pudéssemos olhar o desempenho de cada aluno no decorrer dos anos de 2013 e 2014.

Análise comparativa de todas as atividades

A L U N O S	1- $68 - 24 = 44$			2- $864 - 46 = 818$			3 - $864 : 12 = 72$			4 - $74 \times 36 = 2664$			5 - $567 + 236 = 803$			6 - $345 - 126 = 219$		
	2013	2014	RP	2013	2014	RP	2013	2014	RP	2013	2014	RP	2013	2014	RP	2013	2014	R P
A	E	E	E	E	A	A	NF	E	E	E	E	E	A	E	E	E	A	E
C	A	A	E	A	A	A	E	A	A	E	A	A	A	A	A	E	A	A
D	A	A	E	A	A	A	E	A	A	E	A	A	E	A	E	E	A	A
E	A	A	E	A	A	A	NF	A	E	E	E	E	E	A	A	E	E	E
F	A	A	A	A	A	E	E	E	E	E	E	E	E	A	A	E	A	A
H	A	A	E	E	A	A	NF	E	E	E	A	E	A	A	E	E	A	E
J	A	A	E	A	A	A	A	A	A	E	E	A	E	E	E	E	E	E
K	A	A	A	A	A	A	A	E	E	A	A	A	A	A	A	A	A	A
L	A	A	E	A	A	A	E	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
M	A	A	E	E	A	A	NF	A	E	E	E	E	A	A	A	E	A	E
N	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	E	A	A	A	A	A	A
O	A	A	E	A	A	A	A	A	A	E	A	E	A	A	E	A	A	E

Quadro 9 – análise comparativa de todas as atividades.

Fonte: A autora

Na avaliação com os vinte e quatro alunos que resolveram os problemas a maior incidência de erros também ocorreu na resolução dos problemas de número “3” e “4”. O primeiro exige uma divisão com dois algarismos no divisor ($864/12$) e o segundo (74×36) é uma multiplicação também por dois algarismos e com reserva. Outro fator complicador é o fato de se tratar de quantia (dinheiro), pois o acréscimo de zeros exige maior atenção. Essas duas operações estavam contidas nas duas aplicações da lista de exercícios com contas armadas (em 2013 e em 2014), tornando possível analisar os erros e acertos dessas etapas e comparar o resultado na resolução dos problemas.

A estratégia metodológica aqui foi verificar se aquele aluno que acertou a

operação de forma isolada continuaria a acertar quando ela estivesse numa situação problema e/ou vice-versa. Para resolver os problemas eles tiveram que interpretar o enunciado para saber que operações deveriam fazer e armar a conta, saber lidar com o detalhe que se trata de quantia, para chegar à resposta certa. Supomos que a sequência de todos esses passos pode ter sido uma das causas do número elevado de erro nas respostas.

Comparação das atividades 1ª, 2ª e 3ª atividades

Aluno	Divisão				Multiplicação		
-----	Ativ I	Ativ II	RP III		Ativ I	Ativ II	RP III
A	NF	E	E		E	E	E
C	E	C	C		E	C	C
D	E	C	C		E	C	C
E	NF	C	E		E	E	E
F	E	E	E		E	E	E
H	NF	E	E		E	C	E
J	C	C	C		E	E	C
K	C	E	E		C	C	C
L	E	C	C		E	C	C
M	NF	C	E		E	E	E
N	C	C	C		C	C	E
O	C	C	C		E	C	E

Quadro 10 – Comparação das atividades

Fonte: A autora

O quadro comparativo acima é uma ferramenta para avaliar e visualizar o desempenho individual do aluno (feita pelo professor ou pelo próprio aluno). Quem acerta sempre o mesmo cálculo indica que aprendeu, segundo, nossa análise. Mas quem acertou e depois errou ou não acertou nas resoluções anteriores indica dificuldade e, entendemos que os professores devem identificar qual a dificuldade para poder ajudar os alunos, considerando a natureza da dificuldade.

Na divisão foram constatados quatro resultados errados e quatro alunos não responderam na 1ª atividade; na 2ª atividade quatro respostas estavam erradas e nos problemas seis alunos erraram.

Na multiplicação foram dez erros na 1ª atividade; na 2ª atividade foram cinco os erros e nos problemas foram sete.

Houve, portanto, uma evolução do 4º para o 5º ano nas resoluções dos cálculos algorítmicos, porém a necessidade de interpretar a operação na situação –

problema pode ter sido um fator que fez com que o número de erros aumentasse.

Na análise dos erros dos problemas observamos que as operações que os doze alunos pesquisados mais erraram foram a 3ª (864:12) e a 4ª (74 x 36). O quadro a seguir apresenta uma análise dos quatro alunos que erraram as duas operações, indicando o tipo de erro em cada uma delas.

Análise dos erros das atividades III e IV

ALUNOS	1ª ATIVIDADE		2ª ATIVIDADE		PROBLEMAS	
	Multiplicação	Divisão	Multiplicação	Divisão	Multiplicação	Divisão
A	IV	NF	I, II	C	VII	III
E	I, II	NF	II	C	V	III
F	VIII	I, IV	III	III	VI	IV
M	I, II	NF	I, II	C	VII	VII
SIGLAS M = 74x36 D = 864/12 C = certou NF = Não fez I = tabuada II = não deslocou o resultado da segunda multiplicação			III = não dominou o processo (algoritmo) IV = trocou a operação (multiplica invés de dividir, etc) V = dificuldades com zeros VI = só multiplicou a unidade VII = erro de interpretação do enunciado VIII – só começou e desistiu			

Quadro 11 – Erros.
Fonte: A autora

A análise de erros indicou também redução da incidência de erros do 4º para o 5º ano. Os dados se referem apenas ao número de alunos que participaram de todas as etapas (12 alunos). Algumas operações foram deixadas em branco que nessa análise foram considerados como erros.

A evolução positiva de um ano para outro ocorreu, mas de modo não suficiente, em nossa opinião. É natural que o aluno supere as dificuldades durante o processo de aprendizagem, embora isso ocorra de modo diferente para cada pessoa: uns aprendem rápido, outros precisam de mais tempo e treino. Mas quando as dificuldades não são superadas elas se transformam numa lacuna que

pode interferir negativamente e prejudicar os estudos posteriores.

Análise da incidência de erros 2013

1ª = 1ª ativ. 2ª = 2ª ativ. T= Total dessas operações TG = total de todas as operações

ALUNOS												
Adição			Subtração			Multiplicação			Divisão			
1ª	2ª	T	1ª	2ª	T	1ª	2ª	T	1ª	2ª	T	TG
4	8	12	5	19	24	23	22	45	21	19	40	121

Quadro 12 – Incidência de erros em 2013.

Fonte: Autora

Análise da redução da reincidência de erros 2014

1ª = 1ª ativ. 2ª = 2ª ativ. T= Total dessas operações TG = total de todas as operações

ALUNOS												
Adição			Subtração			Multiplicação			Divisão			
1ª	2ª	T	1ª	2ª	T	1ª	2ª	T	1ª	2ª	T	TG
2	4	6	1	3	4	12	14	26	7	7	14	50

Quadro 13 – Análise da redução da reincidência

Fonte: A autora

O maior índice de redução de erros ocorreu na subtração, o que é natural porque estudos mostram e os PCN afirmam que no final do 4º ano considera-se superada a etapa de ensino da adição e subtração, observamos considerável incidência de erros ao final do 5º ano do ensino fundamental.

Quando a tarefa é difícil no ponto de vista de alguns alunos é comum desistirem e pensarem que são incapazes de aprender matemática, ao contrário de outros que buscam alternativas para resolver os cálculos “de outro jeito” fazendo várias tentativas até encontrarem o resultado.

Para compreender melhor os erros nas resoluções dos problemas construímos categorias para analisar os erros:

Categorias de análise de erros na resolução de problemas		
Categorias	Explicação	Ocorrências
1- Dificuldade de interpretação do enunciado	Decodificação dos símbolos e códigos de forma inversa, ou seja, com troca de sinais.	$\begin{array}{r} 7) 68 \\ 24 \\ \hline 92 \end{array}$ $\begin{array}{r} 3864,00 \\ -12,00 \\ \hline 852,00 \end{array}$
2- Erros na montagem da conta e ou não domínio das operações	Inversão das parcelas e operações, erro desprovido de significado matemático ou erro de posicional ou não domina os cálculos.	$\begin{array}{r} 5) 567 \\ + 181 \\ \hline 567 \end{array}$ $\begin{array}{r} 5) 567 \\ + 126 \\ \hline 2693 \end{array}$
3- Desatenção	Acerta o cálculo no rascunho e erra ao formalizar a resposta, erra e percebe que errou.	$\begin{array}{r} 61345 \\ -126 \\ \hline 219 \end{array}$ $\begin{array}{r} 395 \\ +126 \\ \hline 471 \end{array}$
4- — Resolução não compreensível	Impossível descrever o erro no procedimento de cálculo	$\begin{array}{r} 869 \\ - 40 \\ \hline 203 \\ + 425 \\ \hline 628 \end{array}$
5- Dificuldade de lidar com valor monetário	Quando se trata de dinheiro, em que tenha os zeros representando os centavos tem dificuldade para realizar a operação.	$\begin{array}{r} 7) 74,00 \\ \times 3,6 \\ \hline 4440,0 \\ 22200+ \\ \hline 66,600 \end{array}$

Quadro 14 – Categoria de análise de erros.

Fonte: A autora

Análise dos erros na resolução de problemas

1- Dificuldades de interpretação do enunciado com trocas de sinais:

Na resolução do primeiro problema, os nove erros foram todos pela dificuldade de interpretação do enunciado, todos trocaram o sinal de subtração pelo de adição. Há evidências da falta de compreensão por parte dos alunos diante das atividades propostas. Os mesmos decodificaram os símbolos e códigos de forma inversa porque não conseguiram entender o enunciado.

Na resolução do terceiro problema também, o aluno A interpretou errado, colocou o total da compra como valor da parcela e os alunos H e K trocaram o sinal de divisão pelo de subtração.

Na resolução do quarto problema, os alunos A, H, M e O somaram as parcelas ao invés de multiplicar.

Na resolução do quinto problema o aluno O interpretou errado, multiplicando a primeira parcela por 1. E o aluno H trocou o sinal, subtraindo, quando deveria adicionar.

Na resolução do sexto problema os alunos A, E, H, J e O erraram o sinal, somaram quando deveriam subtrair.

2- Erros na montagem da conta e erros específicos na resolução:

Na resolução do segundo problema, apenas o aluno F errou na conta: interpretou e armou corretamente, mas errou ao subtrair, inclusive colocando duas parcelas como resto e somando as mesmas.

Na resolução do terceiro problema, o aluno A encontrou como resultado o total da compra, o aluno E não dominou o algoritmo e o aluno F só errou a tabuada.

Na resolução do quarto problema, o aluno E somou as parcelas. O aluno N errou na tabuada, cremos que por desatenção, porque realizou corretamente as outras multiplicações.

Na resolução do quinto problema, o aluno A só multiplicou a unidade.

3-Desatenção:

No quinto problema o aluno D armou a conta com a primeira parcela desse problema e a segunda parcela da operação do sexto problema. O mesmo aconteceu com o aluno J.

No sexto problema o aluno M subtraiu corretamente no rascunho. No entanto riscou o que havia feito corretamente, trocou o sinal para a adição, também fez corretamente e passou a limpo o segundo resultado.

4 – Resolução não compreensível:

Não é possível compreender a resolução do aluno.

ANALISE INDIVIDUAL DAS RESOLUÇÕES

Ao todo foram 34 erros e 38 acertos. Dos 34 erros na resolução dos problemas, 23 (uma média de 32%) foram por dificuldades de interpretação e como consequência a troca de sinais. Oito erros foram na montagem, nos cálculos (em torno de 11%). Três erros foram por desatenção (pouco mais de 0,4%). Os acertos foram em média 53%. A seguir demonstraremos planilhas com a análise individual com as resoluções dos dozes alunos.

ANALISE INDIVIDUAL DAS RESOLUÇÕES

	CONTA	ANALISE RELACIONAL - CONTAS COM SITUAÇÕES PROBLEMAS
A L U N O A	68 – 24	Errou o sinal nas três atividades (somou as parcelas)
	869 <u>4</u> 6	Errou na 1ª atividade (procedimento incorreto no desenvolvimento do algoritmo) acertou na 2ª e 3ª atividades.
	864:12	Não fez a 1ª atividade, na segunda errou e na resolução de problemas interpretou errado a operação.
	74 x 36	Errou nas três atividades, somou as parcelas.
	567 + 238	Acertou a 1ª atividade, na segunda atividade esqueceu o número transportado e na 3ª errou a adição.
	345 – 126	Na 1ª atividade inverteu a operação, na 2ª acertou, e na RP interpretou errado a operação.

A L U N O C	CONTA	ANALISE RELACIONAL – CONTAS COM SITUAÇÕES PROBLEMAS
	68 – 24	Acertou a 1ª e 2ª reposta, na RP errou a interpretação da operação.
	869 - 46	Acertou todas as respostas.
	864:12	Na 1ª não dominava o processo de cálculo por 2 algarismos, na 2ª e RP acertou.
	74 x 36	Errou no processo de multiplicação por 2 algarismo e nas outras acertou.
	567 + 238	Acertou as três respostas.
	345 – 126	Na 1ª inverteu o cálculo, na 2ª acertou e na RP interpretou errado a operação.

A L U N O D	CONTA	ANALISE RELACIONAL - CONTAS COM SITUAÇÕES PROBLEMAS
	68 – 24	Acertou na 1ª e 2ª atividade na RP errou na interpretação da operação
	869 – 46	Acertou todas as respostas
	864:12	Na 1ª atividade errou todo o cálculo e na 2ª e RP acertou.
	74 x 36	Errou o processo na 1ª e na 2ª e RP acertou.
	567 + 238	Errou o resultado na 1ª atividade, na 2ª acertou e na 3ª utilizou a parcele do problema seguinte.
	345 – 126	Trocou a operação na 1ª atividade e acertou na 2ª e na RP.

A L U N O E	CONTA	ANALISE RELACIONAL - CONTAS COM SITUAÇÕES PROBLEMAS
	68 – 24	Acertou a 1ª e 2ª resposta, na RP errou na interpretação da operação
	869 – 46	Acertou todas as respostas.
	864:12	Não resolveu na 1ª atividade, na 2ª acertou e na 3ª iniciou certo e errou no final .
	74 x 36	Na 1ª e 2ª atividade não dominava o processo de cálculo errando no valor posicional na RP interpretou certo e cometeu o mesmo erro das atividades anteriores.
	567 + 238	Na 1ª atividade tentou subtrair e na 2ª e RP acertou.
	345 – 126	Na 1ª e 2ª atividade inverteu a unidade para subtrair e interpretou errado o problema.

A L U N O F	CONTA	ANALISE RELACIONAL - CONTAS COM SITUAÇÕES PROBLEMAS
	68 – 24	Acertou a resposta na 1ª, 2ª e 3ª atividade.
	869 – 46	Acertou a resposta na 1ª e na 2ª, errou na RP indicando que não compreendeu o enunciado.
	864:12	Na 1ª e 2ª atividade demonstrou não dominar o processo de cálculo, na RP interpretou certo, iniciou o cálculo corretamente e errou no final.
	74 x 36	Errou a respostas nas três atividades demonstrando não dominar o processo de cálculo, especificamente na RP a montagem da conta.
	567 + 238	Errou na contagem da 1ª atividade e na 2ª e RP acertou.
	345 – 126	Trocou a operação na 1ª atividade e acertou na 2ª e na RP.

A L U N O H	CONTA	ANALISE RELACIONAL - CONTAS COM SITUAÇÕES PROBLEMAS
	68 – 24	Acertou a resposta na 1ª, 2ª e errou a interpretação na RP.
	869 – 46	Na 1ª atividade errou no processo algoritmo, acertou na 2ª e na RP.
	864:12	Não resolveu na 1ª atividade, errou na 2ª e na interpretação da RP.
	74 x 36	Na 1ª atividade iniciou e não terminou, demonstrando não domínio do processo de cálculo, acertou na 2ª e errou na interpretação da RP.
	567 + 238	Acertou na 1ª e na 2ª atividade na RP errou na interpretação.
	345 – 126	Na 1ª atividade não dominava o processo, na 2ª acertou e na RP errou na interpretação.

A L U N O J	CONTA	ANALISE RELACIONAL - CONTAS COM SITUAÇÕES PROBLEMAS
	68 – 24	Acertou na 1ª e na 2ª atividade e na RP inverteu a operação.
	869 – 46	Acertou todas as Atividades
	864:12	Acertou em todas as atividades.
	74 x 36	Nas 1ª e 2ª atividades errou na tabuada e no valor posicional a RP acertou.
	567 + 238	Diminuiu na 1ª e na 2ª atividade, na RP interpretou certo, porém trocou os valores.
	345 – 126	Na 1ª errou no processo de cálculo, na 2ª confundiu diminuindo e somando na mesma operação, na RP errou o cálculo.

A L U N O K	CONTA	ANALISE RELACIONAL - CONTAS COM SITUAÇÕES PROBLEMAS
	68 – 24	Acerou todas as atividades.
	869 – 46	Acertou todas as Atividades
	864:12	Acertou na 1ª atividade, na 2ª começou e não conseguiu terminar, na RP interpretou errado.
	74 x 36	Acertou todas as atividades.
	567 + 238	Acertou todas as atividades.
	345 – 126	Acertou todas as atividades

A L U N O L	CONTA	ANALISE RELACIONAL - CONTAS COM SITUAÇÕES PROBLEMAS
	68 – 24	Acertou a 1ª e 2ª atividades, na RP houve erro de interpretação.
	869 – 46	Acertou todas as atividades
	864:12	Na 1ª atividade errou no processo algoritmo, acertou a 2ª e a RP.
	74 x 36	Acertou todas as atividades
	567 + 238	Acertou todas as atividades.
	345 – 126	Acertou todas as atividades.

A L U N O M	CONTA	ANALISE RELACIONAL - CONTAS COM SITUAÇÕES PROBLEMAS
	68 – 24	Acertou a 1ª e 2ª atividades e errou na interpretação da RP
	869 – 46	Na 1ª atividade somou e diminuiu os valores, acertou a 2ª atividade e na RP.
	864:12	Não resolveu na 1ª atividade, acertou a 2ª atividade e errou no processo de cálculo da RP.
	74 x 36	Errou no cálculo e no processo na 1ª e 2ª atividades, na RP usou a adição para resolver.
	567 + 238	Acertou a 1ª e 2ª atividades, errou no processo de cálculo da RP.
	345 – 126	Na 1ª atividade inverteu a operação, acertou na 2ª atividade e na RP acertou no rascunho e errou ao transcrever a resposta.

A L U N O N	CONTA	ANALISE RELACIONAL - CONTAS COM SITUAÇÕES PROBLEMAS
	68 – 24	Acerou todas as atividades.
	869 – 46	Acertou todas as atividades
	864:12	Acertou todas as atividades
	74 x 36	Acertou a 1ª e 2ª atividades na RP errou o cálculo.
	567 + 238	Acertou todas as atividades.
	345 – 126	Acertou todas as atividades

A L U N O O	CONTA	ANALISE RELACIONAL - CONTAS COM SITUAÇÕES PROBLEMAS
	68 – 24	Acerou a 1ª e 2ª atividades, e interpretou errado a RP.
	869 – 46	Acertou todas as atividades
	864:12	Acertou todas as atividades
	74 x 36	Errou na tabuada na 1ª atividade, acertou a 2ª atividade e na RP houve erro na interpretação.
	567 + 238	Acertou a 1ª e a 2ª atividades, na RP interpretou certo, porém misturou valores da outra operação.
	345 – 126	Acertou a 1ª e a 2ª a atividade e na RP interpretou errada a operação.

Fonte: A autora

A análise relacional entre contas armadas e resolução de problemas dos alunos que participaram de todas as atividades propostas nos permitiu tecer algumas considerações sobre os erros evidenciados.

- Interpretação errada do enunciado do problema no caso específico do primeiro problema. A maioria dos alunos não conseguiu compreender o contexto da questão, pois o termo “a mais” induziu-os a utilizarem a adição para resolvê-lo.
- Um número significativo de erros foi devido a não compreensão, não domínio ou não automatização do algoritmo e a do processo de cálculo.
- Na adição ocorreram dificuldades nas operações com reserva em que esqueceram o número a ser transportado ou agregaram errado o valor que deveria ser acrescentado na ordem superior.
- Na subtração ocorreram procedimentos incorretos no desenvolvimento do algoritmo, principalmente onde era necessário desagrupar uma dezena para transformá-la em unidades. Ou seja, falta de compreensão das propriedades do sistema de numeração decimal, especialmente quando se refere a percepção do valor posicional dos algarismos.
- Na multiplicação e na divisão as principais dificuldades foram pela falta de memorização da tabuada, erros de montagem das contas armadas, falta de compreensão do valor posicional dos algarismos, especificamente quando as operações envolvem mais de um algarismo no multiplicador ou no divisor.
- Falta de atenção que resultou em variados erros, da montagem de contas a resolução, incluindo erros de contagem.
- Dificuldade de operar com cálculos que envolvem valor monetário.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da análise longitudinal dos dados da pesquisa foi possível constatar que as dificuldades na aprendizagem das operações aritméticas elementares pelos alunos do 4º e no 5º anos da Educação Fundamental estão centradas em dois eixos: na compreensão das operações aritméticas elementares considerando os conceitos matemáticos que lhe são inerentes e nos procedimentos algorítmicos.

Grande parte dos erros cometidos pelos alunos se deve a não compreensão do algoritmo, especialmente nas operações onde várias informações e processos precisam ser considerados ao mesmo tempo. Ficou evidenciado na comparação entre as atividades aplicadas que na resolução de problemas, ao final do 5º ano, que os alunos apresentam dificuldade na compreensão conceitual das quatro operações aritméticas elementares. Se nos posicionarmos sob o ponto de vista do desenvolvimento do pensamento aditivo e multiplicativo, podemos afirmar que está fragilmente desenvolvido, pois além da dificuldade de resolução por algoritmos tradicionais, também erram os mesmos cálculos nas resoluções de problemas.

Identificamos acertos também, é verdade. No entanto, ao compararmos longitudinalmente os alunos no 4º e após no 5º ano, observamos que alguns apresentam dificuldades porque erraram em alguma das cinco atividades. Quando o erro resulta de distração momentânea, não consideramos dificuldade de aprendizagem, mas as que ocorrem devido a falta de compreensão, conforme as análises efetuadas, a preocupação é eminente.

Um fato é concreto: os alunos possivelmente seguirão para os anos escolares subsequentes carregando consigo as dificuldades identificadas. Com o resultado desta pesquisa constatamos que a aprendizagem da matemática básica é de importância fundamental para os alunos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para que eles prossigam com os conhecimentos matemáticos dos próximos anos escolares é importante que dominem estes conteúdos. O que percebemos é que muitos alunos tem dificuldades de diferentes naturezas no que tange as operações aritméticas elementares.

Após analisar os dados desta pesquisa percebemos que a multiplicação e a divisão são operações difíceis para os alunos sujeitos da pesquisa. Em alguns erros evidenciamos a não compreensão do processo de cálculo; em outras, a não

automatização do processo, verificamos erros por esquecimento de algumas etapas do algoritmo. Também foi possível observar que o não domínio de processos próprios ao cálculo, tal como adição, também contribui para esses erros, como é o caso do acréscimo indevido da reserva, tanto na adição como na multiplicação dos algarismos. O algoritmo da multiplicação por dezenas no multiplicador envolve, além da tabuada, o domínio de vários procedimentos, como os da reserva e da adição, o que provoca erros pela ausência de sua compreensão.

Afirmamos que uma possibilidade para a redução de erros pode ocorrer pela memorização da tabuada, que continua sendo um processo básico e necessário para a aprendizagem da matemática. Ressaltamos que ao utilizamos o termo “memorizar a tabuada” não estamos dizendo que devam memorizá-la por evocação de resultados, mas sim pela atividade matemática como decorrência de compreensão de conceitos que lhes são inerentes.

Alguns alunos tentaram resolver as operações de divisão por meio da adição, subtração ou multiplicação do dividendo e do divisor. Outros atribuíram zero como resposta, o que pode ser considerado um sinal de que seria impossível continuar a solução ou de aproximação com o conceito de número decimal. Ou seja, esses alunos construíram um procedimento alternativo de resolução, mesmo que não corresponda ao correto. Considere-se que se o aluno tem dificuldade na compreensão da adição, subtração e multiplicação, provavelmente terá também na divisão. Nem todo erro na operação de divisão é pela não compreensão de seu algoritmo, mas também pela ausência de compreensão dos respectivos conceitos, que implica na não compreensão do respectivo algoritmo.

É importante incentivar o aluno a não desistir, a tentar resolver todas as atividades propostas, sem medo de errar. O erro deve ser analisado e problematizado e não apenas evitado e constatado (Pinto 2000). Concordamos com a autora quando afirma que o erro tem um potencial educativo que precisa ser mais bem explorado, não apenas pelos professores, como também pelos próprios alunos.

O aluno precisa ser levado a identificar e avaliar as estratégias que usou para resolver os cálculos, para saber onde está a dificuldade, se está no processo de resolução, na falta de domínio do processo, na memorização da tabuada ou em outro motivo. Nas soluções dos problemas podem criar o hábito de analisarem o enunciado e o resultado obtido e confrontar com a situação proposta para analisar a

pertinência do resultado encontrado.

Compreendemos que a aprendizagem não acontece para todos os alunos ao mesmo tempo e do mesmo modo. Cada um pode estar num estágio de desenvolvimento e em cada estágio há variáveis que podem interferir no processo de aprendizagem.

Alguns alunos adquirem ideias indefinidas do algoritmo e passam a aprender as quatro operações sem compreender o que estão fazendo, cometendo muitos erros. É uma aprendizagem mecânica, sem significado.

Segundo os PCN's (1997, p.37)

Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu e reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos.

A evolução (às vezes lenta e difícil, mas evidente e concreta) da maioria dos alunos participantes da pesquisa, permite que sejam caracterizados segundo a teoria psicogenética, citada por Pinto (2000, p. 146) no quadro1 deste trabalho. Alguns alunos ainda estão no nível A que segundo a autora substitui a forma certa pela errada, não sabe por que errou, não identifica as relações entre o que é correto e o que não é em termos das relações lógico-matemáticas e outros já atingiram o nível C, pois conseguem apropriar-se do sentido do erro.

Os alunos do nível B estão a caminho de, se bem orientados e motivados, tomar consciência, conceber estratégias resolutivas, buscar os porquês e as alternativas de superação de seus erros e construir seu próprio conhecimento.

O tema “dificuldades em matemática no ensino fundamental” e mais especificamente “análise de erros nas operações algoritmos e situações problemas” nos deu a oportunidade de avaliar os erros nas operações elementares a partir das categorias citados no quadro 3 e de criar categorias para analisar os erros nas situações problemas. É de nossa pretensão elaborarmos projetos metodológicos e usá-los como metodologia de ensino para auxiliar o professor e o aluno a desmitificarem o erro. As fontes de dificuldades apresentadas pelos alunos não podem ser atribuídas a um único fator. As pesquisas que tratam dessa problemática e a prática pedagógica em sala de aula apontam para diferentes fatores. Um deles é a diferença entre o saber vivenciado e o escolar,

sistematizado, repleto de símbolos sem significados para os alunos.

É importante que os alunos dos anos iniciais do ensino fundamental construam o pensamento lógico-matemático, estabelecendo relações entre o que conhecem com o que a escola ensina. O erro não pode ser visto como algo negativo. A análise do erro e do acerto pelo aluno pode possibilitar a construção de conceitos matemáticos que estão sendo ensinados e permite ao professor verificar as compreensões e dificuldades que persistem sobre determinado conteúdo matemático.

No processo de observação e análise dos tipos de erros cometidos pelos alunos é importante buscar compreender o processo utilizado por eles para obtenção de respostas. Mas não basta que o professor constate o erro, é fundamental que a partir daí ele busque a melhor forma de intervir para que o erro possa ser superado pelo aluno.

Até o momento apontamos as dificuldades apresentadas pelos alunos. No entanto, não podemos finalizar esta dissertação sem levantar uma questão que nos inquietou e perturbou no decorrer da pesquisa: quem é o professor que ensina matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Qual é a sua formação? Se os alunos tem tantas dificuldades seria este fato um indicador de que é preciso pensar na “Formação” do professor que ensina matemática nos anos iniciais?

Acreditamos que os resultados dessa pesquisa contribuam com os professores do Ensino Fundamental, particularmente com os dos anos iniciais ao apontar o conhecimento matemático que os alunos do 4º e do 5º ano têm acerca das operações aritméticas elementares, os erros que cometeram e os processos de construção do conhecimento. Tais apontamentos podem subsidiar uma prática didática substanciada que colabore para a superação das dificuldades evidenciadas.

Esperamos também que os resultados dessa pesquisa contribua com as instituições de formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática que, ao olharem para dentro de si, considerem que essas dificuldades dos alunos podem ser ao menos amenizadas, se considerarem a preparação para a ação didática em matemática, e nos demais conteúdos como uma vertente preocupante que merecem formação consistente.

Finalizamos considerando que para um ensino da matemática mais eficiente é interessante que os professores permitam mudanças de suas

concepções e de suas práticas. As inquietações, reflexões, questionamentos, experiências variadas e compartilhadas, podem provocar e consolidar mudanças significativas. A pesquisa permanente, a observação e análise das construções e dos erros dos alunos, a constante formação e atualização teórica facilitam a compreensão do processo de construção do conhecimento e da melhor intervenção nessa construção.

REFERÊNCIAS

BATISTA, Cecília G. Fracasso escolar: análise de erros em operações matemáticas. Zetetiké, v.3, n. 4.nov, 1995.

BICUDO, M.A.V. **Pesquisa quantitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica**. IN BORBA, M. de C. Pesquisa qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação - Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Ensino de 1ª a 4ª série. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação - Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Ensino de 5ª a 8ª série. Brasília: MEC/SEF, 1998.

COSTA, Jacqueline de M. **O ensino da matemática nos anos iniciais: uma abordagem a partir de um tema gerador**. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa – PR, 2011.

CURY, Helena M. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. 1. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

_____, Helena M. **As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos**: 1994. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre: 1994.

_____, Helena M. **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** temas e debates. SBEM. Ano 2. N. 2, Brasília: 1989, p. 15-19.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**. Disponível em: <<http://etnomatemática.org/articulo/boletim.pdf.2003>> Acesso em 03 mai. 2015.

EBERHARDT, Ilva F. N; COUTINHO, Carina V. S. **Dificuldades de aprendizagem em matemática nas séries iniciais; diagnóstico e intervenções**. Vivências. Vol. 7, n. 13: p. 62-70, out. 2011.

GUÉRIOS, Ettiène C. **Espaços oficiais e intersticiais da formação docente: histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas: SP, 2002.

GUSMÃO, Tania CRS; EMERIQUE, Paulo S. **Do erro construtivo ao erro epistemológico: um espaço para as emoções** In Bolema, Ano 13, nº 14, p. 51 a 65. Rio Claro: UNESP, 2000.

ITACARAMBI, Ruth R. **Resolução de problemas, primeiro ciclo do ensino fundamental, construindo uma metodologia**. Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba: PR, 2013.

LOUREIRO, Daniel Z; BASSAI, Tânia S. **As dificuldades apresentadas por alunos da 4ª série e 3º ano do ensino fundamental**. II Simpósio Nacional de Educação. 13 a 15 de outubro de 2010. Cascavel: PR.

MASTROIANNI, Maria T. M.R. **Resolução de problemas nas aulas de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: a influência das concepções dos professores na prática observada**. Anais do Encontro de Produção Discente PUC/SP – Cruzeiro do Sul. São Paulo, p. 1-10, 2012.

MOREN. Elizabeth B. da S. DAVID, Maria M. M. S; MACHADO, Maria da P.L. **Diagnóstico e Análise de Erros em Matemática: subsídios para o processo ensino-aprendizagem**. Cadernos de Pesquisa, n. 83, p. 43-51, nov. 1992.

MOTIN, Cristiane E. **A resolução de problemas como prática pedagógica: história e representações de professores das séries iniciais do ensino fundamental do município de Colombo (PR)**. Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade

Católica do Paraná. **Pós graduação em educação**. Curitiba, 2014.

MOURA, Manoel O. de et all. **Educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: princípios e práticas da organização do ensino XVI ENDIPE – Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino. Unicamp – Campinas, 2012.

NEVES, Josélia G. **Tudo certo como dois e dois são cinco**: o erro construtivo e a aprendizagem da matemática no ensino fundamental. Disponível em: www.psicopedagogia.com.br/new1-artigoasp?entr/d-797 2006. Acesso em 23 mai. 2015.

PARANÁ. Diretrizes Curriculares para a Educação matemática. **Anos iniciais do ensino fundamental**. Ministério da Educação e do Desporto. Curitiba, 2010.

PINTO, Neuza B. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. 2 ed. Campinas, SP. Papirus, 2000.

_____. **Concepções de erro**: nas ciências e no ensino fundamental de matemática. EDUCERE, Congresso nacional de Educação, PUC PR, Curitiba, 2005. Disponível em <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/painel/TCCI252.pdf> acesso em 10 de agosto de 2015

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Trad. e adapt.: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SANTOS, Antonio R. dos. **Metodologia científica**: a construção do conhecimento. 6 ed. Rio de Janeiro. DPA, 2006.

SOUSA, Ariana B. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. Disponível em: <http://www.ucbbr/sites/100/103/tcc/22005/ArianaBezerradeSouza.pdf>> Acesso em 10 nov. 2014